

UNIVERSITÀ DI PISA

Facoltà di Ingegneria



Corso di laurea magistrale in Ingegneria Meccanica

Prove sperimentali di comportamento ciclico e resistenza a fatica
ad elevata tensione media

Relatori

Laureando

Prof. Ing. L. Bertini

Alberto Ambrogì

Dott. Ing. C. Santus

Indice

0.1	Introduzione	1
1	Tipi di caricamento ciclico e risposte qualitative	3
1.1	risposte del materiale	4
1.1.1	risposta a prove in controllo di forza	6
1.1.2	risposte a prove in controllo di spostamento	7
1.2	luoghi delle risposte	8
2	Modelli costitutivi e risposte quantitative	9
2.1	la teoria classica della plasticità	10
2.2	I modelli classici di incrudimento	11
2.2.1	Modello di incrudimento isotropico	11
2.2.2	Modelli di incrudimento cinematici (Prager & Zigler)	11
2.2.3	Modelli di incrudimento combinati	11
2.3	Modelli di plasticità ciclica	12
2.3.1	Modello Multi-superfici di Mroz	16
2.3.2	Modello a due superfici di Dafalias&Popov	19
2.3.3	Modello non lineare di Chaboche	21
3	La previsione della vita a fatica	23
3.1	Modelli di danno accumulato	24
3.2	la fatica in cond di carico simmetriche	25
3.3	la fatica in cond di carico non simmetriche	27
3.4	campi di validità dei modelli di vita a fatica	30
3.4.1	modelli basati sulla tensione	31

3.4.2	modelli basati sulla deformazione	31
3.4.3	modelli basati sull'energia	32
3.5	effetto del ratcheting e della tensione media sulla vita a fatica	33
4	Caratterizzazione del materiale	35
4.1	Caratterizzazione statica	35
4.1.1	Curva di trazione ingegneristica	35
4.1.2	Curva di trazione true	36
4.1.3	Modelli reologici	37
4.2	Caratterizzazione a fatica	38
4.2.1	curva ciclica	38
4.2.2	curva di masing	40
4.3	Identificazione dei parametri di chaboche di un caso (R=0)	41
5	Prove di fatica in controllo di tensione	44
5.1	Le prove svolte	44
5.2	risultati di vita a fatica	45
5.3	risultati rathceting	47
5.3.1	Confronti a parità di R	47
5.3.2	Confronti a parità di Smax	49
6	Fatica in controllo di deformazione	53
6.1	risultati di vita a fatica	53
6.2	risultati relaxation	55
7	frattografia	57
7.1	prova di trazione	57
7.2	prove di fatica in controllo di tensione	58
7.2.1	prova a $\sigma_{max} = 550$ e $\sigma_a = 275$ (R=0)	58
7.2.2	prova a $\sigma_{max} = 650$ e $\sigma_a = 325$ (R=0)	59
7.2.3	prova a $\sigma_{max} = 550$ e $\sigma_a = 247.5$ (R=0.1)	60
7.2.4	prova a $\sigma_{max} = 600$ e $\sigma_a = 210$ (R=0.3)	61
7.2.5	prova a $\sigma_{max} = 650$ e $\sigma_{max} = 227.5$ (R=0.3)	62
7.3	prove di fatica in controllo di deformazione	63

7.3.1	prova a $\sigma_{max} = 600$ e $\sigma_a = 270$ (R=0.1)	63
8	Conclusioni	64
	Appendices	66
A	Dettagli geometrici provino	67
B	Dettaglio delle prove di fatica	68
B.1	In controllo di tensione	68
B.1.1	Dettaglio prove a $\sigma_{max} = 550$	68
B.1.2	Dettaglio prove a $\sigma_{max} = 600$	71
B.1.3	Dettaglio prove a $\sigma_{max} = 650$	73
B.2	In controllo di deformazione	76
C	dati acquisiti dalle prove sulla shenck	79
C..1	acquisizione	79
C..2	elaborazione e salvataggio	80

0.1 Introduzione

Molti componenti meccanici sono soggetti a carichi alternati a cui è sommata una elevata tensione o deformazione media come per esempio nel caso dei bulloni (figura 1).

In queste condizioni di carico si è interessati a conoscere essenzialmente due aspetti, la vita a fatica (N° di cicli a rottura) e il modello costitutivo del materiale (deformazioni o rilassamento della tensione accumulati ciclo per ciclo).

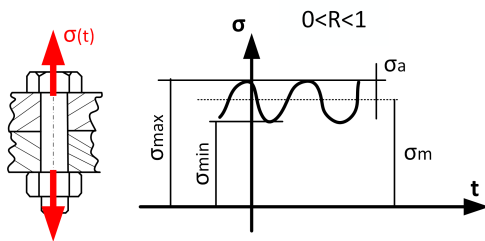


Figura 1: esempio di un bullone soggetto a carichi ciclici ad elevata tensione media

Nel campo della vita a fatica molto è stato fatto per estendere i risultati delle prove simmetriche a quelle non simmetriche, tuttavia queste relazioni sono valide soprattutto nel campo dell'alto numero di cicli a rottura (HCF) e cioè finché non insorgano fenomeni di plasticità ciclica. Per esempio, nel campo del basso numero di cicli (LCF) e delle prove in controllo di carico, vi sono casi in cui il danno dovuto alle deformazioni plastiche accumulate, sommandosi al danno a fatica, riduce drasticamente la vita del componente rispetto a quella prevista dai modelli classici.

Rispetto ai modelli costitutivi, in letteratura se ne trovano molti che hanno lo scopo di riprodurre l'andamento della curva $\sigma - \epsilon$ oltre il campo elastico e anche in questo caso molto è stato fatto per estendere tali modelli ai fenomeni di plasticità ciclica. Tuttavia i primi modelli di plasticità si sono rivelati inadatti a predire il comportamento del materiale nel caso di carichi ciclici in controllo di tensione o deformazione, a causa, soprattutto, dell'inadeguatezza della legge di incrudimento, che risulta l'aspetto critico di questi modelli. Solo recentemente sono stati sviluppati nuovi modelli di incrudimento cinematico che simulano efficacemente il comportamento del materiale soggetto a carichi ciclici con $\sigma_a > \sigma_y$, dove σ_a è la tensione alternata e σ_y è la tensione di snervamento. Cioè nei casi in cui la progressiva accumulazione di deformazioni plastiche (*ratchetting*) o del rilassamento della tensione (*relaxation*) ciclo per ciclo siano sufficientemente grandi da poter trascurare i fenomeni legati alla fatica [2].

In questo lavoro di tesi sono state fatte sia prove in controllo di carico che prove in controllo di spostamento, a 3 valori di tensione massima maggiori della tensione di snervamento e a 8 valori

del rapporto R (con $R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$) maggiori di zero, con tensioni alternate inferiori alla tensione di snervamento. In sostanza si è posto l'accento su quella zona in cui la tensione alternata è tanto piccola da far insorgere fenomeni di fatica, ma la tensione media e la tensione massima sono tanto grandi da produrre fenomeni di plasticità. In altre parole, con riferimento al piano di Goodman, la zona con $R > 0$ e $\sigma_{max} > \sigma_y$.

Sotto l'aspetto della fatica, tutte le prove sono state poi confrontate con i modelli classici di vita a fatica nel piano $\sigma_m - \sigma_a$, mentre sotto l'aspetto costitutivo si sono confrontati i risultati delle prove a parità di tensione massima e a parità di R , nei piani $\epsilon_m - N^\circ \text{cicli}$ e $\sigma_m - N^\circ \text{cicli}$ rispettivamente per le prove in controllo di forza e per quelle in controllo di spostamento.

TIPI DI CARICAMENTO CICLICO E RISPOSTE QUALITATIVE

In questo lavoro di tesi con risposta del materiale si intenderà il legame $\sigma - \epsilon$ e in particolare la funzione $\sigma = f(\epsilon)$ o analogamente la funzione $\epsilon = g(\sigma)$. In letteratura i modelli che cercano studiano la funzione f fanno riferimento alle prove in controllo di deformazione, mentre per lo studio della funzione g si fa riferimento alle prove in controllo di tensione. In particolare si possono identificare 2 classi di caricamento e le loro conseguenti risposte:

$$\sigma(t) \longrightarrow \epsilon(t) \quad (\text{caricamento in controllo di forza}) \quad (1.1)$$

$$\epsilon(t) \longrightarrow \sigma(t) \quad (\text{caricamento in controllo di spostamento}) \quad (1.2)$$

Poiché possiamo trascurare gli effetti viscosi, è evidente che dell'eliminazione della variabile tempo si ottenga il classico grafico $\sigma - \epsilon$ a cui faremo riferimento, senza dimenticare che nonostante la variabile tempo possa essere trascurata, non sarà così per la storia di carico.

Per esempio, supponendo nota la funzione f , per conoscere il valore della sigma o della epsilon al tempo t^* si dovrà tenere memoria della $\epsilon(t)$ del tempo zero fino al tempo t^* :

Ovviamente le funzioni $\sigma(t)$ come le funzioni $\epsilon(t)$ possono essere le più svariate, tuttavia esiste una classe molto importante dei caricamenti ciclici quella che viene rappresentata tramite funzioni periodiche elementari, tra le più classiche vi sono le forme d'onda triangolari e quelle sinusoidali .

Queste funzioni periodiche sono identificate da due parametri che possono essere di norma scelti fra i seguenti: tensione massima, tensione minima, tensione media, tensione alternata, rapporto di carico R , ampiezza di carico.

È evidente che esistano moltissimi (∞^2) modi di assegnare due variabili prese a riferimento, infatti l'insieme dei punti che compongono per esempio il piano $\sigma_a - \sigma_m$ (piano di HAIGT)

raccontano le ∞^2 combinazioni di carico che si possono avere.

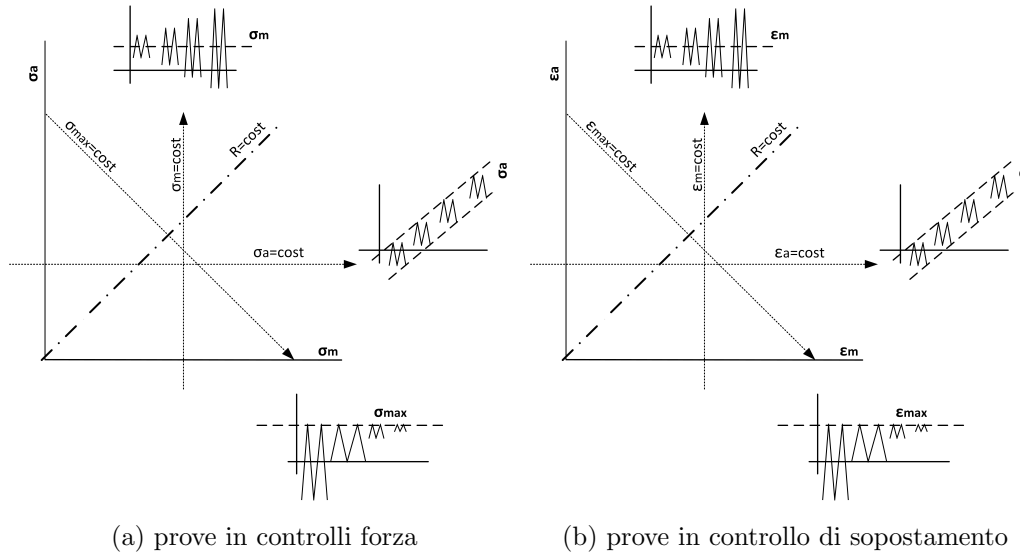


Figura 1.1: tipologie di funzioni di caricamento e lughì a parametro medio, alternato e massimo costante

1.1 risposte del materiale

Considerando in prima analisi i componenti lisci (o meglio privi di intagli), le risposte del materiale a carichi ciclici possono essere divise in quattro grandi categorie, carichi in controllo di forza o in controllo di spostamento e carichi simmetrici o asimmetrici.

Nel caso dei carichi simmetrici oltre il limite di snervamento, nel piano $\sigma - \epsilon$ il materiale può rispondere essenzialmente rincrudendo o softenizzando. Mentre nel caso di carichi cicli asimmetrici, tali da produrre una deformazione plastica, la maggior parte dei materiali mostrano il fenomeno del rilassamento della tensione (relaxation), o l'accumulazione progressiva di deformazione plastica (ratchetting) o una combinazione dei due a seconda della geometria del componente (lisci o con discontinuità) e del tipo di carico applicato (in controllo di deformazione o di tensione).

Ne caso di un carico in controllo di spostamento in cui siano fissate la deformazione massima e minima (asimmetriche) all'applicazione del carico ciclico la tensione, inizialmente non nulla, comincerà progressivamente a spostarsi verso lo zero (diminuendo o aumentando), questo fenomeno del "rilassamento" della tensione prende il nome di relaxation, che può essere considerato analogo al rilassamento della tensione in una prova a deformazione costante, solo

che questo calo di tensione è legato al tempo mentre il primo al numero di cicli.

Nel caso invece di un caricamento in controllo di forza in cui siano fissate la tensione massima e minima (asimmetriche) all'applicazione del carico ciclico la deformazione plastica aumenterà progressivamente (fino all'eventuale stabilizzazione) ciclo dopo ciclo, questo fenomeno di accumulazione progressiva di deformazioni plastiche, (transitoria o continuativa) prende il nome di ratchetting, che può essere considerato analogo al creep in una prova a tensione costante, solo che anche in questo caso l'allungamento è legato al tempo mentre il primo al numero di cicli. Si osserva che tanto il ratchetting che il rilassamento delle tensioni sono caratterizzati da cicli di isteresi aperti che però possono chiudersi dopo un certo numero di cicli manifestando lo shakedown elastico o plastico.

Dall'altra parte per un componente con discontinuità geometriche come fori, intagli, tacche etc. all'apice dell'intaglio non si può ritenere sotto controllo né la deformazione né la tensione, anche se queste quantità fossero imposte. Infatti tensione e deformazione locali sono governate dalla geometria e dal comportamento meccanico del materiale. In questi componenti, ratcheting e relaxation avvengono contemporaneamente, in modo che dopo un transitorio iniziale la tensione media si riduce, diminuendo così la velocità di avanzamento delle deformazioni plastiche (ratcheting) e rallentando anche la velocità di rilassamento della tensione media, fino ad una eventuale stabilizzazione (shakedown) elastica o plastica.

Vediamo ora la risposta qualitativa ad alcuni casi particolari di caricamento in controllo di forza e spostamento per provini lisci, nel caso componenti intagliati il risultato qualitativo della risposta è riportato in figura sottostante.

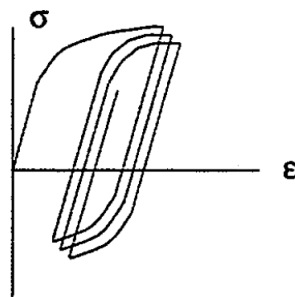


Figura 1.2: risposta di componenti con intaglio

1.1.1 risposta a prove in controllo di forza

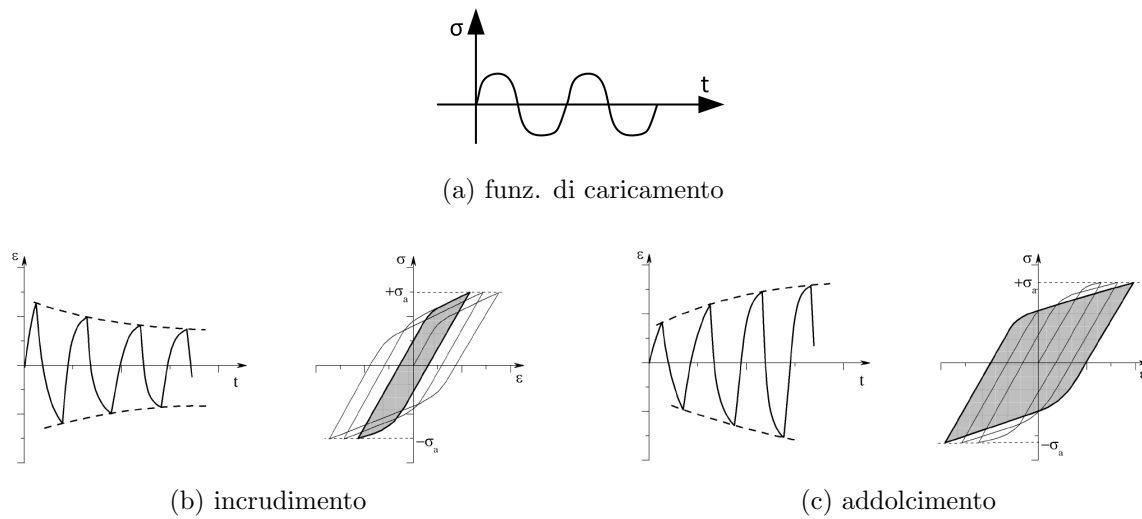


Figura 1.3: casi in cui la $\sigma_m = 0$,
(a) è la funz. di carico, (b)-(c) le risposte qualitative

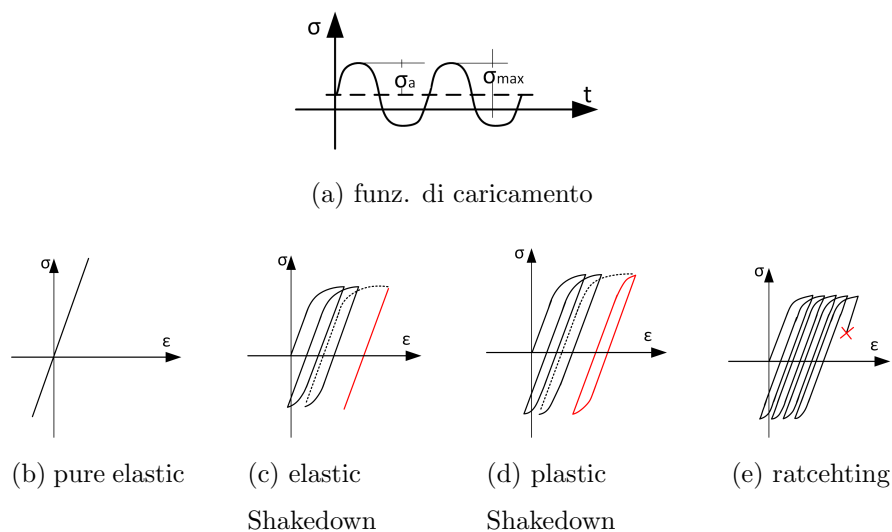


Figura 1.4: casi in cui la $\sigma_m \neq 0$,
(a) è la funz. di carico, (b)-(c)-(d)-(e) le risposte qualitative

1.1.2 risposte a prove in controllo di spostamento

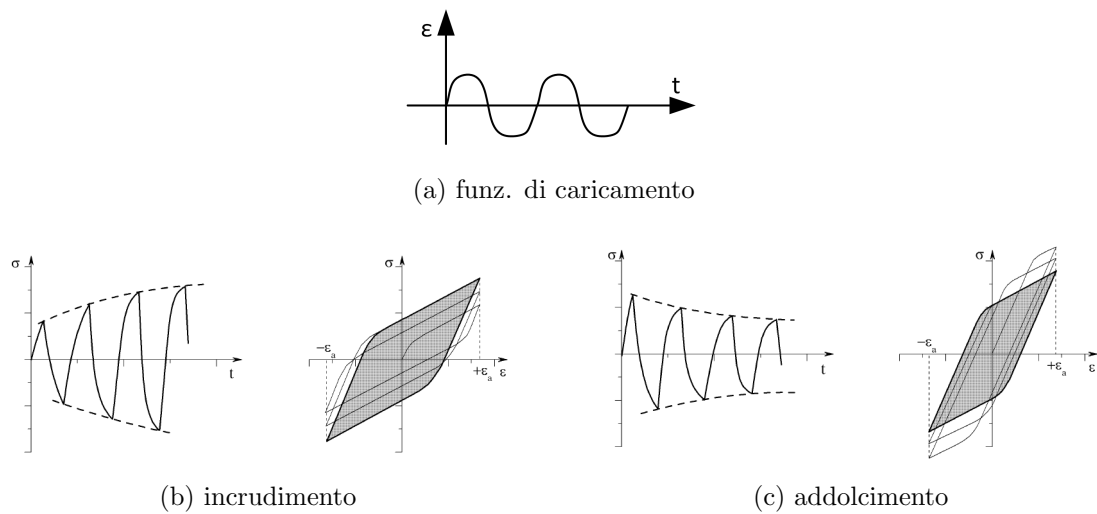


Figura 1.5: casi in cui la $\epsilon_m = 0$,
(a) è la funz. di carico, (b)-(c) le risposte qualitative

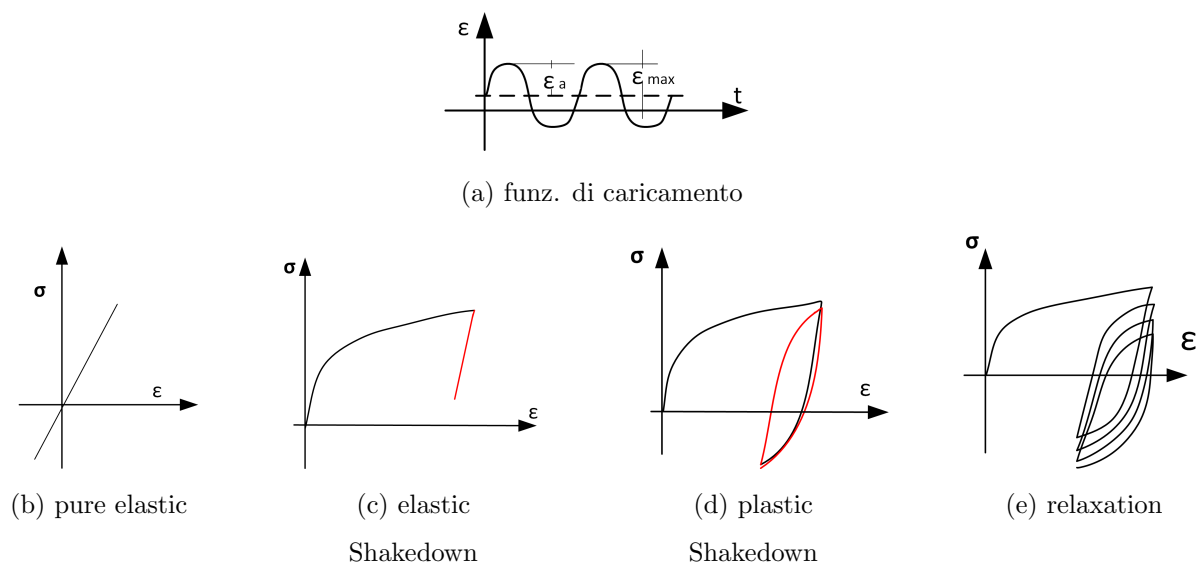


Figura 1.6: casi in cui la $\epsilon_m \neq 0$,
(a) è la funz. di carico, (b)-(c)-(d)-(e) le risposte qualitative

1.2 luoghi delle risposte

Volendo cercare di definire nel piano dei carichi in controllo di tensione o di deformazione, rispettivamente nei piani $\sigma_m - \sigma_a$ e $\epsilon_m - \epsilon_a$ le risposte che si hanno invece nel piano $\sigma - \epsilon$ si può in prima analisi dividere il piano in due zone quella sotto il limite di primo snervamento e quella sopra definiti dai parametri $(\sigma_y$ e $\epsilon_y)$.

Tutti i carichi sotto tale limite saranno essenzialmente (se non esclusivamente) elastici e quindi appartenenti ai concetti legati ai fenomeni di fatica (N° di cicli a rottura ΔK). Mentre i carichi sopra tale limite saranno affetti in modo maggiore o minore da fenomeni di plasticità, per alcuni la fatica sarà trascurabile per altri sarà predominante e poi ci saranno i casi intermedi.

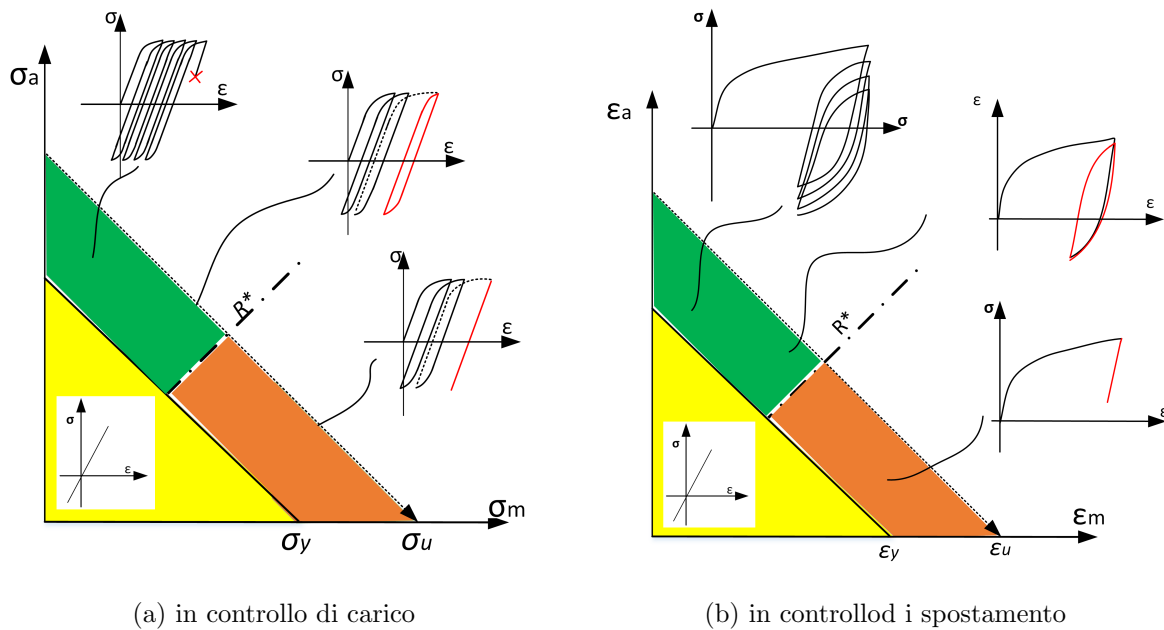


Figura 1.7: luoghi delle risposte

MODELLI COSTITUTIVI E RISPOSTE QUANTITATIVE

Con il termine equazioni o leggi costitutive si usa indicare un set di equazioni che possono predire la risposta di un materiale soggetto a determinate condizioni di carico. Le equazioni costitutive sono generalmente ricavate in uno dei seguenti modi:

- I esaminando la microstruttura del materiale
- II con considerazioni termodinamiche legate alle irreversibilità delle deformazioni plastiche.
- III usando la teoria macroscopica della meccanica dei continui. Nel primo approccio si esamina il processo della deformazione su scala microstrutturale avvalendosi della teoria delle dislocazioni e della teoria cristallografica, facendo successivamente una media dei risultati del modello per descrivere la relazione σ - ϵ .

Il secondo approccio basato sulle irreversibilità termodinamiche prova a descrivere le deformazioni plastiche in termini di scambi di calore ed entropia descritti rispettivamente dalla prima e seconda legge della termodinamica.

Il terzo approccio è basato su ipotesi e postulati di carattere fenomenologico.

Questo tipo di relazioni costitutive si avvale dell'osservazione sperimentale allo scopo di formulare la relazione σ - ϵ . Questo approccio è relativamente più semplice degli altri ed è stato sviluppato a tal punto che la maggior parte delle risposte del materiale osservate sperimentalmente possono essere modellate con relativa facilità.

Fra i modelli che rientrano nel terzo approccio c'è quello del modello elasto-plastico basato sulla teoria classica della plasticità. Il fenomeno del ratcheting come quello del relaxation rientrano con buona approssimazione nel contesto di questa teoria, tuttavia, per costruire un modello che

rappresenti al meglio questi fenomeni è stato fatto un grande sforzo per definire nuove leggi di incrudimento cinematico.

2.1 la teoria classica della plasticità

Uno degli sforzi maggiori di questa teoria è quello di estendere i risultati delle prove monoassiali a casi pluriassiali, tuttavia nell'ambito di questo lavoro il precedente aspetto verrà in parte trascurato mentre si cercherà soprattutto di mettere in luce l'evoluzione subita dai modelli classici al fine di descrivere il recente fenomeno della plasticità ciclica.

La teoria classica della plasticità si basa su **3 ipotesi** fondamentali:

- Le deformazioni plastiche sono associate alla dissipazione di energia e quindi irreversibili.
- A causa della proprietà della irreversibilità delle deformazioni plastiche, il processo di deformazione plastica dipende dalla storia di carico o dal percorso seguito nel piano $\sigma - \epsilon$
- Le equazioni costitutive sono invarianti rispetto alla variabile tempo, in altre parole non dipendono dalla velocità di deformazione.

ed è composta da **4 elementi** principali:

1. La superficie iniziale di snervamento

$$F(\sigma, \sigma_y^0) = 0 \quad (2.1)$$

2. l'incrudimento del materiale cioè il modello di crescita o cambiamento della prima superficie di snervamento

$$\sigma_y^i = \sigma_y(\alpha_i) \quad (2.2)$$

$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ sono i parametri di cui si avvale il modello per modellare l'incrudimento. Due esempi nel caso monoassiale sono il modello di Hollomon e quello di Ramberg-Osgood.

3. La relazione costitutiva delle deformazioni plastiche chiamata anche legge di flusso come quella derivata dal concetto di potenziale plastico di cui ne sono esempi le equazioni di Levi-Mises e quelle di Prandtl-Reuss.
4. Un criterio per distinguere la condizione di carico da quella di scarico, o meglio distinguere i carichi che comportano deformazioni plastiche da quelli che non ne comportano una volta raggiunta la superficie di snervamento.

2.2 I modelli classici di incrudimento

2.2.1 Modello di incrudimento isotropico

Si assume che la superficie di snervamento iniziale si espanda uniformemente all'aumentare della deformazione plastica, mentre il suo centro rimanga fermo. Questo tipo di modello di incrudimento può essere così formulato:

$$\sigma_y = f_y(\sigma_{ij}) - q^2(H_\alpha) = 0 \quad (2.3)$$

in cui q^2 è una funzione scalare monotona e definita positiva dipendente dalla storia del parametro H_α . Il concetto di modello isotropico non è supportato da evidenza sperimentali e si dimostra essere non coerente con il noto effetto di baushinger. Inoltre, poichè il processo che coinvolge le deformazioni plastiche provoca inevitabili anisotropie dovute alla rotazione e all'allineamento dei grani, non può, per sua natura, essere rappresentato da un'espansione omotetica della superficie di snervamento. Tuttavia si osserva che l'incrudimento isotropico, trova una sua utile ed efficace applicazione nel caso di carichi monotoni.

2.2.2 Modelli di incrudimento cinematici (Prager & Zigler)

in questo modello di incrudimento la superficie di snervamento, non cambia nè in dimensione nè in forma, ma può traslare liberamente nello spazio delle tensioni, all'aumentare delle deformazioni plastiche.

Questo tipo di modello può essere così formulato:

$$\sigma_y = f_y(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) - q_0^2 = 0 \quad (2.4)$$

in cui α_{ij} sono le coordinate del centro della superficie di snervamento corrente e q_0 è la costante che denota il "raggio" della superficie di snervamento iniziale. La direzione in cui si muove il centro della superficie dipende da α_{ij} che può essere una funzione del tensore delle deformazioni plastiche $\epsilon_{p_{ij}}$ (Prager) o del tensore della tensione σ_{ij} (Zigler).

2.2.3 Modelli di incrudimento combinati

Una forma di incrudimento che combina quello isotropico con quello cinematico, oltre che più complessa è sicuramente più esaustiva in quanto comprende come casi particolari i due modelli

visti, e, in alcuni casi per esempio in particolari tipi di caricamento, questa complicazione potrebbe essere necessaria per ottenere un modello più coerente con i dati sperimentali.

Una forma tipica con cui viene formulato l'incrudimento combinato è la seguente:

$$\sigma_y = f_y(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) - q^2(H_\alpha) = 0 \quad (2.5)$$

in cui vengo semplicemente sommati i due modelli descritti sopra.

Si osserva che con un modello di incrudimento misto come questo, la superficie di snervimento può espandersi (o contrarsi) e il suo centro può traslare o restare fermo nella posizione iniziale.

2.3 Modelli di plasticità ciclica

Oramai da mezzo secolo molti autori hanno studiato questo fenomeno e proposto modelli più complessi per descriverlo infatti, il comportamento transitorio della curva $\sigma - \epsilon$ del materiale non è nuovo in letteratura, ma comunque piuttosto recente. Le attività di ricerca in questo campo hanno ultimamente avuto un forte impulso probabilmente a causa del (a) rapido sviluppo delle tecniche numeriche e hardware-computing che hanno reso possibile adottare modelli più realistici per migliorare le previsioni di vita a fatica e (b) la crescente domanda di affidabilità dei componenti ad alto rischio come quelli in campo aeronautico e nucleare che hanno reso necessario cercare modelli descrittivi più accurati.

Recenti esperimenti in condizioni di caricamento ciclico hanno mostrato che la risposta del materiale in queste particolari condizioni di carico è molto complessa e non può essere modellata con le leggi di incrudimento classiche. In particolare, basandosi sulle osservazioni sperimentali di Drucker e Palgen e la rielaborazione di Dafalias si possono definire quattro caratteristiche relative all'incrudimento che deve avere un modello di plasticità ciclica.

1. carichi in controllo di forza devono produrre cyclic creep (ratcheting) nella direzione della tensione media
2. carichi asimmetrici in controllo di spostamento devono indurre il relaxation cioè la riduzione del modulo della tensione media fino anche allo zero.
3. il modello deve predire più accuratamente possibile la variazione del modulo plastico nel caso di carichi ciclici casuali. questo significa che le equazioni costitutive del modello devono essere capaci di descrivere la graduale transizione dal campo elastico a quello plastico.

4. carichi simmetrici in controllo di carico o spostamento devono produrre incrudimento o softening e inoltre il modello, utilizzando solo il concetto di incrudimento cinematico, deve far sì che i cicli di isteresi si vadano a stabilizzare

I primi tre requisiti riguardano il concetto di incrudimento cinematico mentre il quarto l'incrudimento isotropico. Per descrivere la plasticità in termini generali un modello di ratchetting dovrebbe essere in grado di prevedere la deformazione plastica in ogni ciclo dovuta, l'incrudimento e la forma generale della curva $\sigma - \epsilon$. Una delle difficoltà nel fare questo è che le deformazioni plastiche per ciclo nel fenomeno in questione sono solitamente quantità molto piccole e inoltre il ratchetting può essere transitorio o stabile a seconda del tipo di materiale, della temperatura, dalla tensione media e alternata.

Ovviamente il classico modello di incrudimento isotropico non può descrivere la plasticità ciclica, infatti sia caso di carichi in controllo di forza che in quello in controllo di spostamento il modello darebbe risultati incoerenti con i dati sperimentali. Infatti in controllo di forza il materiale per qualunque σ_a e σ_m raggiunto il punto di tensione massima si muoverebbe poi sempre in campo elastico come si vede in figura 1.1. In controllo di spostamento invece si possono verificare due casi, per ϵ_a piccole il materiale rimane in campo elastico, per ϵ_a grandi si ha incrudimento del materiale con raggiungimento al limite di uno shakedown elastico senza tuttavia rilassamento della tensione media come si vede sempre in figura 1.1.

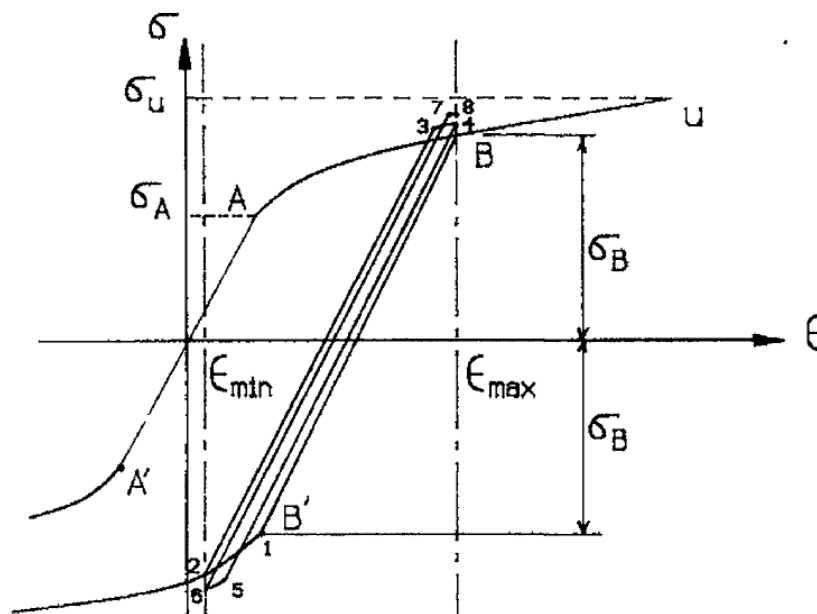


Figura 2.1: bnb

Nemmeno il modello di incrudimento cinematico di prager può descrivere i fenomeni plasticità ciclica e tanto meno ratcheting e relaxation. Infatti l'applicazione di questo modello a un caricamento ciclico in controllo di carico condurrebbe immediatamente a uno shakedown plastico, in particolare al ciclo di forma squadrata con vertici ABCD (figure 1.2). Risultato analogo

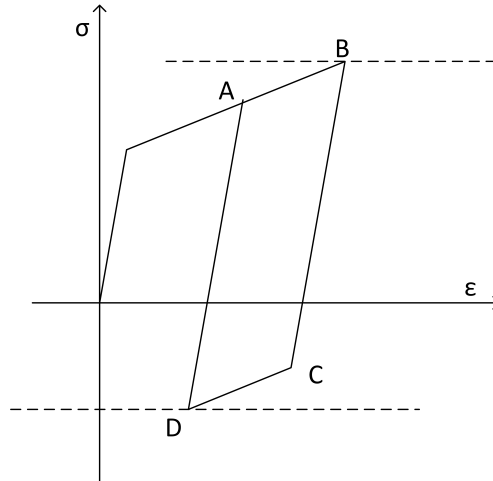


Figura 2.2: bnb

si ottiene applicando il modello di prager al caso di caricamento in controllo di spostamento. Si potrebbe pensare di migliorare il modello eliminando la linearità della che c'è tra la traslazione del centro della superficie di snervamento e le deformazioni plastiche (in particolare data dall'equazione $\dot{\alpha} = c\dot{\epsilon}_p$) in modo da avere un passaggio graduale tra il campo elastico e quello plastico. Questo porta effettivamente a un miglioramento del modello in fase di caricamento, purtroppo però il risultato che si ottiene in case di scarico è totalmente inaccettabile (figura 1.3).

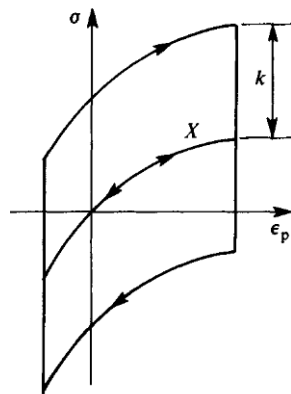


Figura 2.3: bnb

Il comportamento plastico in carichi ciclici della curva $\sigma - \epsilon$ del materiale non è nuovo in letteratura ma comunque piuttosto recente. Le attività di ricerca in questo campo hanno ultimamente avuto un forte impulso probabilmente a causa del (a) rapido sviluppo delle tecniche numeriche e hardware computing che hanno reso possibile adottare modelli più realistici per migliorare le previsioni di vita a fatica e (b) la crescente domanda di affidabilità dei componenti ad alto rischio come quelli in campo aeronautico e nucleare che hanno reso necessario cercare modelli descrittivi più accurati.

Quindi dalla seconda metà del secolo scorso molti hanno cercato modelli adatti a descrivere la plasticità ciclica, fra cui si citano i modelli sviluppati da Besseling, Armstrong & Frederick, Morz, Krieg, Dafalias & Povov e Cernovsky & Krempl. Questi modelli possono essere definiti come classici, in quanto la loro attenzione è principalmente rivolta essenzialmente a descrivere il comportamento ciclico del materiale senza enfatizzare il ratchetting.

Nell'ambito dei modelli indipendenti dalla velocità di deformazione ci sono fondamentalmente due approcci per cercare di descrivere il comportamento ciclico di tensione e deformazione.

La prima classe dei modelli costitutivi di plasticità ciclica (Morz) linearizza a tratti la curva $\sigma - \epsilon$ nel tratto oltre lo snervamento, proprio come viene approssimato un carico monoassiale e cioè con una serie di tratti rettilinei. Questa linearizzazione porta alla definizione di una serie di superfici di snervamento ciascuna con un proprio centro e un proprio raggio. La direzione del flusso plastico è ancora regolata dalla normale alla superficie di snervamento corrente. Le superfici di snervamento non possono intersecarsi, tuttavia possono venire a contatto e quindi spostarsi contemporaneamente. La direzione del movimento di una superficie è tale che nel punto di contatto questa abbia la normale comune sia con la superficie di snervamento precedente che successiva. Questo modello può descrivere correttamente la non linearità dei cicli tensione- deformazione, soprattutto quando si ha la stabilizzazione dei cicli di isteresi e l'incrudimento o il rilassamento del materiale quando si ha lo shakedown plastico, tuttavia non riesce a descrivere correttamente e quindi non può prevedere il ratchetting.

Dafalias & Povov hanno proposto un modello simile ma con sole due superfici, una che agisce come superficie di snervamento e l'altra come superficie limitante. La regola di traslazione per le due superfici (che caratterizza l'incrudimento cinematico) può essere definita in modo indipendente l'una dall'altra pur rispettando il requisito che la superficie limitante abbia la stessa normale della superficie di snervamento nei punti di contatto. A differenza del modello di Morz questo è molto più semplice per identificare il materiale e più economico da implementare in

procedure numeriche.

La seconda classe dei modelli costitutivi di plasticità ciclica è caratterizzata dalla specificazione esplicita di una formula per ricavare la back stresses attraverso equazioni differenziali. Il modello classico di Prager ad esempio ricava la back stresses dalla deformazione plastica con la formula $\dot{X} = k_1 \dot{\epsilon}_p$

Come dimostrato da Armstrong e Frederick, utilizzando appropriate equazioni differenziali per la back stresses è possibile prevedere il comportamento non lineare dei cicli nel piano $\sigma - \epsilon$ e di conseguenza la deformazione accumulata dovuta al ratchetting. I vantaggi di quest'ultimo modello sono che ogni tensione di back stresses può essere descritta con appena due costanti del materiale e che queste costanti possono essere facilmente determinate dalla curva ciclica stabilizzata.

Infine è molto importante osservare che il campo di applicazione dei modelli di plasticità ciclica citati non comprende la fatica e quindi possono essere considerati validi solo per bassi numeri di cicli o quando le deformazioni per ciclo sono talmente grandi da poter trascurare la nucleazione e la crescita di eventuali cricche.

2.3.1 Modello Multi-superfici di Mroz

Allo scopo di modellare il comportamento non lineare e la graduale transizione dal campo elastico a quello plastico, Mroz ha proposto un modello con superfici di snervamento multiple introducendo un campo di moduli di incrudimento invece che il singolo modulo "c" utilizzato nel modello di Prager.

Per semplicità esaminiamo il caso di caricamento monoassiale, soggetto solo a incrudimento cinematico. Come si vede dalla figura il modello di Mroz discretizza la graduale transizione della curva $\sigma - \epsilon$ in n segmenti lineari. Ad ogni segmento è associato un modulo elastico tangenziale E_i^t con $(i=1,2,...,n)$ e, nel caso monoassiale, il raggio della superficie di snervamento nel piano delle tensioni (σ_y^i)

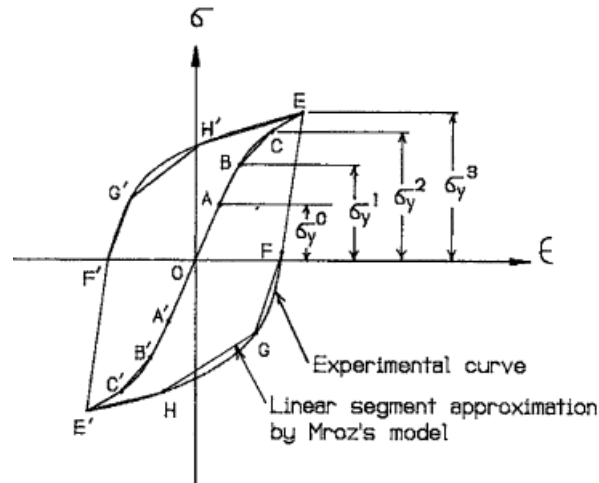


Figura 2.4: bjhb

Come esempio di funzionamento del modello di Morz consideriamo un caso di carico e scarico monoassiali.

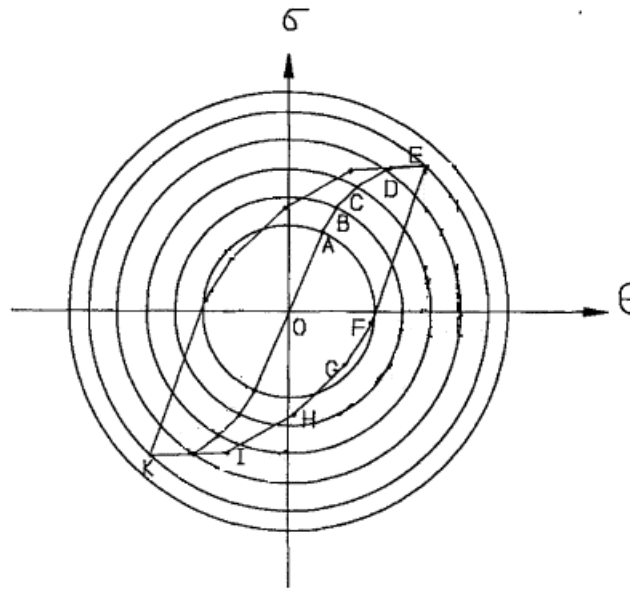


Figura 2.5: jkj

La fase di carico è data dalle fasi O-A, A-B, B-C, C-D, D-E mentre lo scarico è indicato dalle fasi E-F, F-G, G-H, H-I. Si osserva che i moduli tangenziali sono uguali due a due $E_{OA} = E_{EF}$, $E_{AB} = E_{FG}$, $E_{BC} = E_{GH}$, $E_{CD} = E_{HI}$, $E_{DE} = E_{IK}$, mentre dei vari tratti tali che quella dalla fase di scarico sia doppia di quella della sua corrispondente in fase di carico, in particolare $L_{EF} = 2L_{OA}$, $L_{FG} = 2L_{AB}$, $L_{GH} = 2L_{BC}$, $L_{HI} = 2L_{CD}$, $L_{IK} = 2L_{DE}$. Il motivo di questi comportamenti si evince facilmente da "moto" delle superfici di snervamento nel piano delle tensioni come mostrato in figura. Come indicato da Chaboche, il modello di morz può descrive-

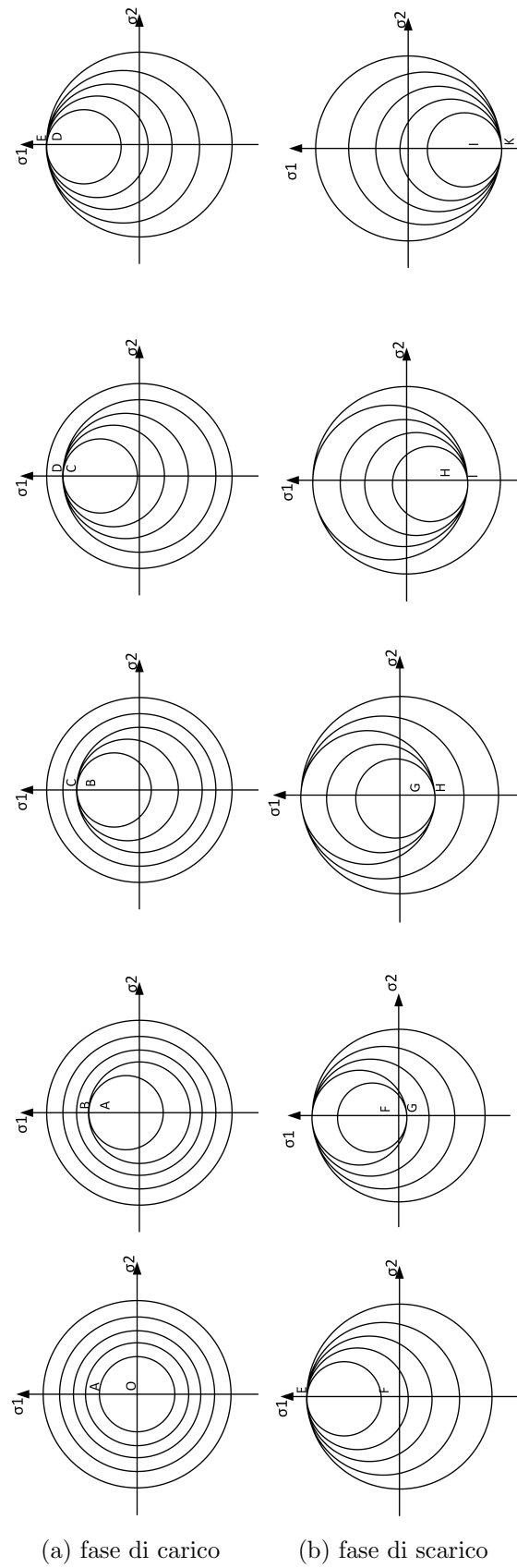


Figura 2.6

re: la non linearità dei cicli di isteresi, l'effetto baushingher e l'incrudimento o la softenizzazione del materiale. Tuttavia, questa versione del modello di morz, non può riprodurre ratchetting o relaxation. Inoltre per avere una transizione elasto-plastica sufficientemente continua è necessario un grande, al limite infinito, numero di superfici.

2.3.2 Modello a due superfici di Dafalias&Popov

Il modello di Dafalias e Popov è caratterizzato da due elementi:

- due superfici (una superficie di snervamento e una superficie limitante o di confine)
- un equazione che definisce la variazione del modulo plastico (E^p) tra queste due superfici

Dafalias e Popov definisco l'equazione del modulo plastico, in funzione di quelle che chiamano le variabili plastiche interne (piv, plastic internal variable) e ipotizzano che queste variabili siano δ_{in} , δ , ϵ_e^p rispettivamente la distanza iniziale della superficie di snervamento dalla superficie limite, la distanza attuale di queste due superfici e la deformazione plastica effettiva.

$$E^p = f(\delta_{in}, \delta, \epsilon_e^p) \quad (2.6)$$

Inoltre questa funzione deve essere definita in modo che abbia i seguenti limiti:

$$\delta \rightarrow \delta_{in}, \quad E^p \rightarrow \inf \quad (2.7a)$$

$$\delta \rightarrow 0, \quad E^p \rightarrow \bar{E}^p \quad (2.7b)$$

Facendo riferimento per semplicità al caso monoassiale, si possono osservare le superfici di confine (le rette XX' e YY'), il modulo di queste rette (\bar{E}^p) e la superficie di snervamento (σ_0) identificata, nel modello, dal parametro δ_{in} , come mostrato in figura.

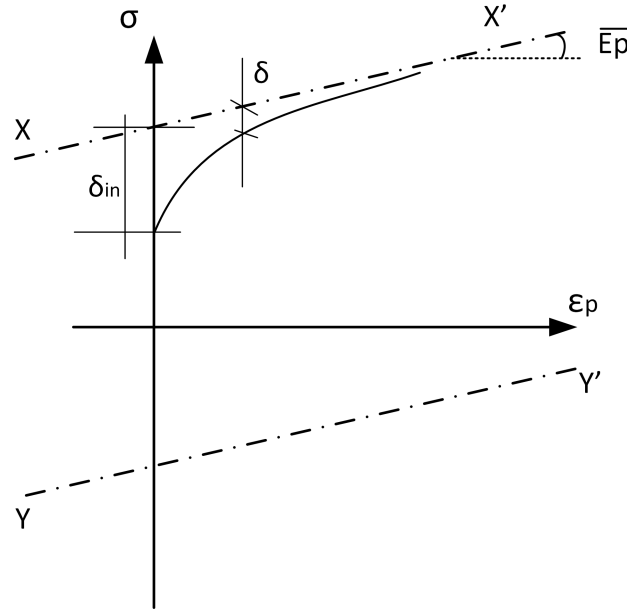


Figura 2.7: bjhb

Volendo anche in questo caso , come in quello nel modello di Morz, fare un esempio di carico e scarico monoassiali, si faccia riferimento alla figura 1.8, in cui la fase di caricamento è composta dalle fasi O-A e A-B, di cui il primo tratto è relativo al campo elastico che termina nel punto A o di primo snervamento (definito dalla distanza δ_{in}), da questo punto in poi il materiale subisce una graduale transizione dal campo elastico a quello plastico, fino al punto B, questo tratto non lineare è regolato dalla funzione $E^p = f(\delta_{in}, \delta, \epsilon_e^p)$ e in particolare dalla variabile δ .

La seconda fase in cui si ha l'inversione di carico, è composta da 2 sotto fasi B-C e C-D, poiché si è considerato solo l'incrudimento cinematico il tratto BC=20A, quindi, raggiunto il punto C, di cui si conosce la distanza δ_{in} dalla curva YY', si ripete quanto detto nel caso di caricamento, in particolare si avrà un comportamento analogo al tratto A-B.

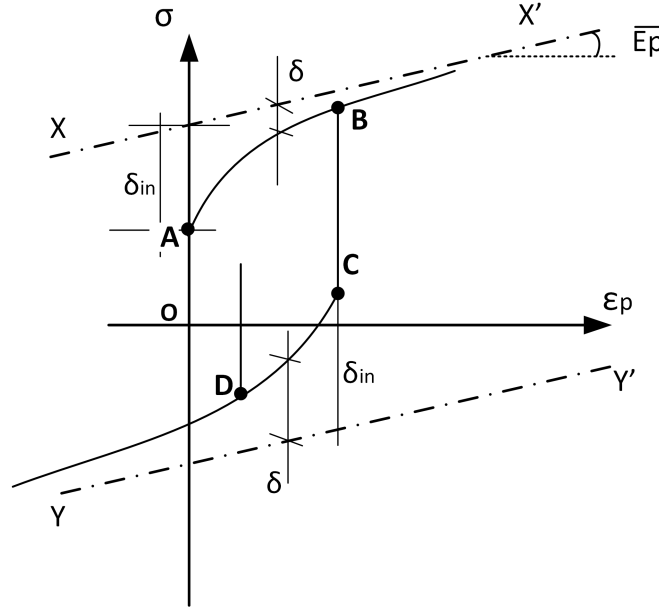


Figura 2.8: bjhb

Il modello a due superfici, come è stato qui presentato, descrive in modo sufficientemente coerente il fenomeno della plasticità ciclica, tuttavia non risulta efficiente dal punto di vista computazionale, e quindi di difficile implementazione in codici numerici, in quanto richiede una grande quantità di memoria per le procedure di aggiornamento.

2.3.3 Modello non lineare di Chaboche

Il primo modello di incrudimento cinematico non lineare è stato originariamente introdotto da Armstrong and Frederick (1966):

$$d\alpha = \frac{2}{3}C d\epsilon^p - \gamma \alpha dp \quad \text{con} \quad dp = \sqrt{\frac{2}{3}d\epsilon^p d\epsilon^p} \quad (2.8)$$

Questo modello, in sostanza, somma al modello di incrudimento cinematico di Prager ($d\alpha = \frac{2}{3}C d\epsilon^p$) il termine $\gamma \alpha dp$ che riproduce, in fase di carico e di scarico la non linearità o meglio la graduale transizione dal campo elastico a quello plastico restando coerente coi dati sperimentali anche nella fase di scarico. Il modello di incrudimento cinematico di AF è stato successivamente modificato da Chaboche (1977), che ha ridefinito il $d\alpha$ come la somma di n $d\alpha_i$ i quali sono identici al modello originale, ma ogni $d\alpha_i$ è caratterizzato dalle proprie costanti C_i e γ_i .

$$d\alpha = \sum d\alpha_i, \quad d\alpha_i = \frac{2}{3}B_i d\epsilon^p - \gamma_i \alpha_i \sqrt{\frac{2}{3}d\epsilon^p d\epsilon^p}, \quad i = 1, 2, 3 \quad (2.9)$$

Si osserva che aumentando i parametri del materiale, il modello di Chaboche produce risultati più accurati del modello di AF.

Anche di questo modello considereremo solo il caso monoassiale senza incrudimento isotropico. In questo particolare caso, le equazioni che definiscono l'intero modello elasto-plastico (per $n=1$) sono:

$$F = |\sigma - \alpha| = 0 \quad (2.10a)$$

$$d\epsilon_p = \frac{1}{E_p} d\sigma \quad (2.10b)$$

$$d\alpha = c d\epsilon_p - \gamma \alpha |d\epsilon_p| \quad (2.10c)$$

Da cui si ricava il modulo plastico:

$$E^p = C \mp \gamma \alpha \quad (2.11)$$

In cui il segno meno è valido per la fase di carico mentre il segno meno per la fase di scarico (o meglio per la fase di inversione di carico). Nel seguito il segno rispetteremo la convenzione che il segno superiore e quello inferiore si riferiscono rispettivamente al caso di carico e scarico.

Uno dei meriti di questo modello di incrudimento cinematico è che nel caso monoassiale, le formule possono essere integrate in modo da ottenere una soluzione analitica. Infatti integrando l'equazione 1.10c, con la condizione iniziale $\alpha(\epsilon_{p0}) = \alpha_0$ si ottiene:

$$\alpha = \frac{c}{\gamma} + \left(\alpha_0 - \frac{c}{\gamma} \right) e^{-\gamma(\epsilon_p - \epsilon_{p0})} \quad (\epsilon_p \leq 0) \quad (2.12a)$$

$$\alpha = -\frac{c}{\gamma} + \left(\alpha_0 - \frac{c}{\gamma} \right) e^{\gamma(\epsilon_p - \epsilon_{p0})} \quad (\epsilon_p < 0) \quad (2.12b)$$

combinando queste due equazioni si ottiene:

$$\alpha = \pm \frac{c}{\gamma} + \left(\alpha_0 \mp \frac{c}{\gamma} \right) e^{\mp \gamma(\epsilon_p - \epsilon_{p0})} \quad (\epsilon_p < 0) \quad (2.13)$$

Quindi sostituendo quest'ultima equazione nella 1.10a si ottiene l'equazione della curva $\sigma - \epsilon$ in forma analitica.

$$\sigma = \alpha = \alpha(\epsilon_p) = \pm \frac{c}{\gamma} + \left(\alpha_0 \mp \frac{c}{\gamma} \right) e^{\mp \gamma(\epsilon_p - \epsilon_{p0})} \quad (2.14)$$

in cui è valida la sopra definita convenzione dei segni.

LA PREVISIONE DELLA VITA A FATICA

La fatica è definita come un processo di accumulo di danno ciclo dopo ciclo, in un materiale soggetto a tensioni o deformazioni oscillatorie.

Una caratteristica significativa della fatica è che il carico non è abbastanza grande da causare una rottura immediata, invece, la rottura si verifica dopo che sono passati un certo numero di cicli di carico, vale a dire, dopo che il danno accumulato ha raggiunto un certo livello critico.

La fatica nei metalli e nelle strutture metalliche è stata studiata per più di 160 anni e ad oggi si è raggiunta una buona conoscenza dei suoi meccanismi.

Le cricche di fatica di solito iniziano dalla superficie di un componente o nelle vicinanze di un inclusione. Questa è chiamata fase 1 o di nucleazione della cricca. Dopo un periodo transitorio, si ha la fase 2 di propagazione della cricca in una direzione normale alla sollecitazione applicata. Infine, la fessura diventa instabile e si verifica frattura.

Questo processo in due fasi riconosciuto per la prima volta da PJE Forsyth, è stata una delle conquiste più importanti nello studio della fatica del metallo nel ventesimo secolo. Tuttavia, questa descrizione è troppo generale per uno studio approfondito del fenomeno e quindi sono stati proposti modelli con più di due sole fasi. raccomanda che il processo complessivo di rottura a fatica sia diviso in cinque fasi:

- nucleazione della cricca (una $a < a_m$)
- propagazione di piccole cricche microstrutturali ($a_m < a < a_p$)
- propagazione di cricche fisiche ($a_p < a < a_c$)
- propagazione di lunga cricche ($a_l < a < a_c$)
- frattura finale.

Dove: a è la dimensione caratteristica di un cricca, a_m è la lunghezza della più piccola cricca rilevabile dalla tecnologia attuale (cioè, circa 0.1 mm), a_p è la lunghezza minima della cricca per piccole fessure fisiche (cioè, circa 10 μm), a_l è la lunghezza minima delle fessure lunghe (cioè, circa 1 mm), a_c è la lunghezza della cricca critica per cui si verifica la rottura del componente. Ovviamente, queste divisioni di confine sono soggettive, e dipenderà dalla precisione dei sistemi di misurazione cricca. Tradizionalmente, il processo che avviene prima della propagazione delle lunghe cricche è denominato "iniziazione della cricca a fatica" mentre la propagazione di lunghe fessure viene chiamata "propagazione delle cricche a fatica".

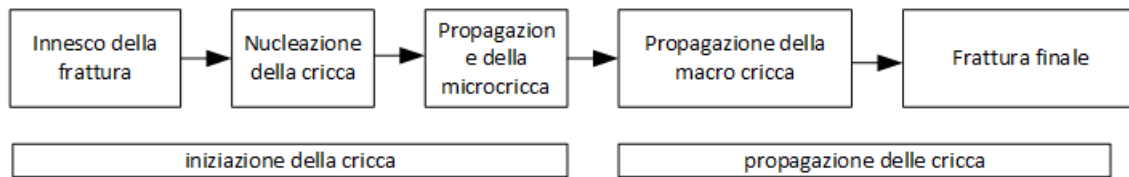


Figura 3.1: fasi della vita a fatica

Può essere opportuno sottolineare che a seconda della lunghezza della fessura iniziale in un componente, alcuni dei primi stadi possono essere saltati, in particolare queste cinque fasi del processo di a fatica esistono solo nei componenti metallici privi di difetti.

3.1 Modelli di danno accumulato

La teoria più classica per prevedere la durata di un componente a fatica è la teoria del danno accumulato, (cumulative fatigue damage, CFD), che può essere inserita nel contesto della teoria dei criteri di valutazione di resistenza a fatica (fatigue strength assessment FSA). Studi più recenti hanno sviluppato una teoria di propagazione della cricca (fatigue crack propagation, FCP) basandosi sulla meccanica della frattura (elastica o plastica). Infine sempre più autori si stanno interessando al ponte di collegamento tra questi due contesti teorici e cioè quello delle teorie CFD e quello delle teorie FCP. Poichè nel presente lavoro di sperimentazione i carichi applicati superano lo snervamento e i provini sono privi di intagli si ritiene che la teoria più adatta a prevederne la rottura per fatica sia la classica teoria di danno accumulato.

Al momento attuale, l'analisi del danno accumulato per fatica gioca ancora un ruolo fondamentale nel predire la durata dei componenti delle strutture sottoposte a complesse storie di carico.

Il danno a fatica è fondamentalmente il risultato di cambiamenti strutturali a livello microscopi-

co nel materiale come per esempio dislocazioni di strutture atomiche. E' interessante osservare che mentre collegare quantità microscopiche ad osservazioni sperimentali macroscopiche è ancora una ricerca a lungo termine, è invece ragionevole credere che i parametri microscopici che governano il danneggiamento a fatica hanno un rapporto intrinseco con le quantità macroscopiche di sforzo e deformazione basate sui concetti della meccanica dei continui. Queste quantità macroscopiche possono essere utilizzate per stimare la nucleazione e la rapida crescita della cricca.

Scegliendo tra le diverse quantità macroscopiche più note come la tensione, la deformazione, l'energia o una combinazione di queste, sono state ottenute varie formule di accumulazione di danno per la previsione della vita a fatica.

3.2 la fatica in cond di carico simmetriche

La classica previsione della vita a fatica si fa sulla base di un unico parametro di danno e cioè con le curve $\psi - N$, dove ψ è un generico parametro di danno e N è il Numero di cicli a rottura

$$\psi = q(N) \quad (3.1)$$

nel caso si ammetta un limite di fatica ψ_0 allora deve essere che $\psi \rightarrow \psi_0$ quando $t \rightarrow \infty$, una funzione con queste caratteristiche particolarmente semplice e col minor numero di parametri di ricavare sperimentalmente risulta esser $f(x) = a + x^n$ quindi possiamo scrivere la generica forma della funzione di danno come:

$$\psi = \psi_0 + k * (N)^\alpha \quad (3.2)$$

in cui k e α sapranno ricavati con procedure di best fit.

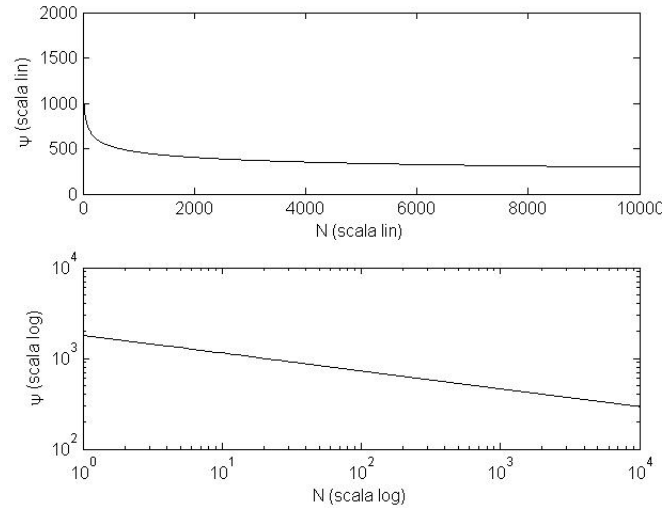
queste funzioni, con rapidi decadimenti, si prestano bene a una rappresentazione in scala log-log dove si riducono a una retta, infatti:

$$\text{Log}(\psi) = \text{Log}(\psi_0 + k(N)^\alpha) \quad (3.3a)$$

$$\text{Log}(\psi) = [\text{Log}(\psi_0) + \text{Log}(K)] * \alpha \text{Log}(N) \quad (3.3b)$$

Come si vede in fig

In letteratura esistono moltissimi modelli allo scopo di prevedere la vita a fatica dei componenti,

Figura 3.2: relazione non lineare fra par. di danno e N° di cicli a rottura

ma possono essere ricondotti essenzialmente a tre tipi:

- modelli basati sulla tensione
- modelli basati sulla deformazione (elastica, plastica, elastica+plastica)
- modelli basati sull'energia dissipata (plastica o totale)

in tabella 1.1 sono riassunti i parametri da cui ottenere le varie equazioni

modello	k	α	ψ_0	ψ	Equazione
tensione	σ'_f	b	σ_{FL}	$\frac{\Delta\sigma}{2} = \sigma_a$	$\sigma_a = \sigma'_f N_f^b$
deformazione	elastica	$\frac{\sigma'_f}{E}$	b	$\frac{\Delta\epsilon^e}{2} = \epsilon_a^e$	$\epsilon_a^e = \frac{\sigma'_f}{E} N_f^b$
	plastica	ϵ'_f	c	$\frac{\Delta\epsilon^p}{2} = \epsilon_a^p$	$\epsilon_a^p = \epsilon'_f N_f^c$
	tot(1)			$\frac{\Delta\epsilon^e}{2} + \frac{\Delta\epsilon^p}{2} = \epsilon_a$	$\epsilon_a = \frac{\sigma'_f}{E} N_f^b + \epsilon'_f N_f^c$
	tot(2)				$\Delta\epsilon = 3.5 \frac{S_u}{E} N^{-0.1\epsilon} + \epsilon_f^{0.6} N^{-0.6}$
	tot(3)				$\Delta\epsilon = 0.0266 D^{0.115} \left[\frac{S_u}{E}\right]^{-0.53} N_f^{-0.56} + 1.14 \left[\frac{S_u}{E}\right]^{0.832}$
energia	plastica	k_p	α_p	ΔW_0^p	$\Delta W^p = \frac{1-n'}{1+n'} \Delta\sigma \Delta\epsilon^p$ $\Delta W^p = k_p (N)^{\alpha_p} + \Delta W_0^p$
	tot	k	α_k	ΔW_0	$\Delta W = \frac{1}{2} \Delta W^p + \frac{1}{2} \Delta\sigma \Delta\epsilon$ $\Delta W = k (N)^\alpha + \Delta W_0$

Tabella 3.1: modelli vita a fatica per carichi simmetrici

in cui:

$$\Delta W_0 = \left(\Delta W_0^p + \frac{\Delta \sigma^2}{2E} \right)_{fatiguelimit} \approx \frac{\Delta \sigma^2}{2E} \Big|_{fatiguelimit}$$

3.3 la fatica in cond di carico non simmetriche

Di per sè un carico non è simmetrico non è più complicato da modellare di un carico simmetrico, infatti, una volta fatte le prove sperimentali il modello seguirà il medesimo andamento esponenziale, la difficoltà stà nel ricavare un modello in cui la variabile media (σ_m o ϵ_m) possa essere estrapolata anche per condizioni diverse da quelle di prova. Per esempio modelli più semplici che regolano la fatica in condizioni non simmetriche sono formulati variano il coefficiente k in particolare con una sua diminuzione lineare rispetto al parametro di danno medio ψ_m , cioè $k' = k - \psi_m$, quindi Per esempio nel caso del modello basato sulla tensione questo non è altro che una traslazione verso il basso della curva $\sigma_a - N$ in scala logaritmica

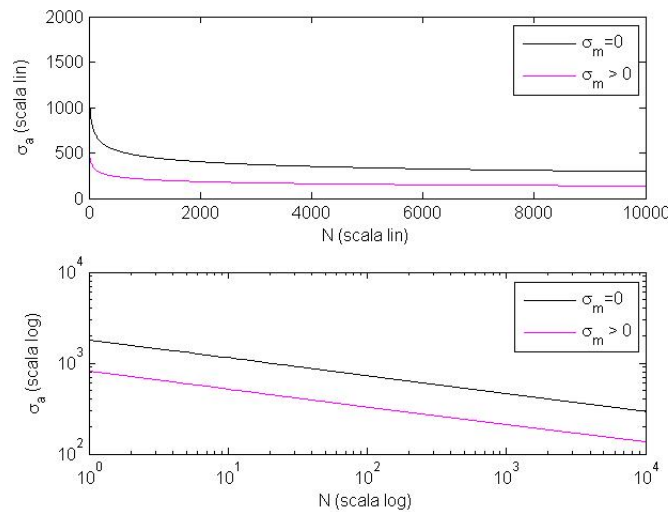


Figura 3.3: esempio dell'effetto di un par. di danno medio sulla via a fatica

Esistono altri modelli (SWT etc) in cui il parametro di danno medio agisce in modo più complesso. In tabella sono ripostati i principali modelli di fatica in condizioni non simmetriche

modello		equazione
tensione		$\frac{\Delta\sigma}{2} = (\sigma'_f - \sigma_m)N_f^b$
deformazione	plastica	$\frac{\Delta\epsilon^p}{2} = (\epsilon'_f - \epsilon_m)N_f^c$
	tot	$\frac{\Delta\epsilon}{2} = \left(\frac{\sigma'_f - \sigma_m}{E}\right)N_f^b + \epsilon'_f N_f^c$
energia	plastica	$\Delta W^p = k_p(N)^{\alpha_p} + \Delta W_0^p$
	tot	$\Delta W^t = \Delta W^p + \Delta W^{e+} = k_t(N)^{\alpha_t} + \Delta W_0^t$
SWT		$\sigma_{max}\epsilon_a E = (\sigma'_f)^2 N^{2b} + \sigma'_f \epsilon'_f E N^{(b+c)}$
walker		$\sigma_{max}^{2(1-\gamma)} (\epsilon_a E)^{2\gamma} = (\sigma'_f)^2 N^{2b} + \sigma'_f \epsilon'_f N^{(b+c)}$

Tabella 3.2: Esem

In cui

$$\Delta W^{e+} = \frac{1}{2E} \left(\frac{\Delta\sigma}{2} + \sigma_m \right)^2 = \frac{\sigma_{max}^2}{2E}$$

quindi

$$\Delta W^t = \Delta W^p + \Delta W^{e+} = \frac{1-n'}{1+n} \Delta\sigma \Delta\epsilon^p + \frac{\sigma_{max}^2}{2E}$$

Come si osserva dalla tabella, mentre i modelli per cond sym sono funz. di 2 variabili i modelli per carichi asym sono funzioni di 3 variabili, quindi i primi sono rappresentabili da curve, i secondi da superfici.

questo tipo di grafici viene più spesso rappresentato tramite curve di livello nei piani $[\sigma_a, \sigma_m]$ e $[\sigma_a, N]$.

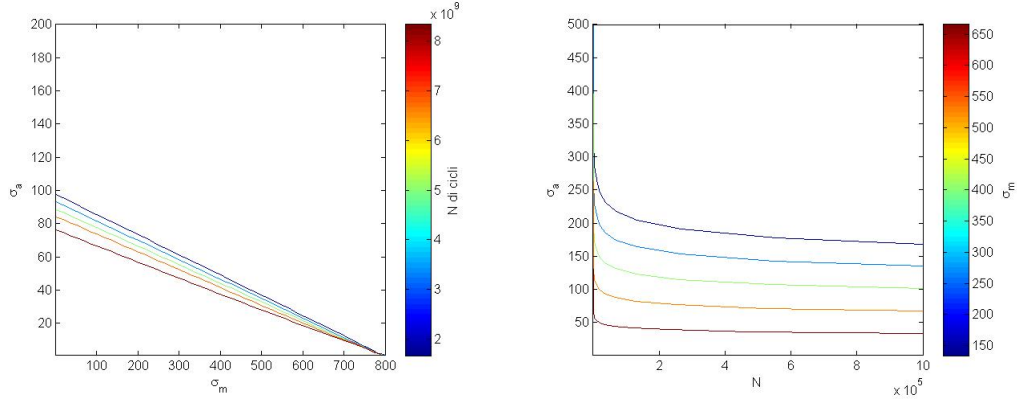
Se consideriamo per esempio i modello basato sulla tensione allora possiamo dire che

$$f(\sigma_a, \sigma_m, N) = 0 \quad (3.4)$$

questa superficie può essere rappresentata tramite curve di livello nei piani citati:

- $[\sigma_a, \sigma_m]$ in cui $\sigma_a = -\sigma'_m (N_f^*)^b + \sigma'_f (N_f^*)^b$
- $[\sigma_a, N]$ in cui $\sigma_a = (\sigma_f - \sigma_m^*)' N_f^b$

poiché la prova più semplice è quella perfettamente simmetrica (prova di moore), normalmente si preferisce fare le prove in cond simmetriche (ottenendo $\sigma_{asym} = f(N)$) e poi estrapolare



i risultati alle cond non simmetriche tramite il modello.

Per esempio nel caso del modello basato sulla tensione:

$$\begin{cases} \sigma_{asym} = \sigma'_f N_f^b \\ \sigma_a = (\sigma'_f - \sigma_m) N_f^b \end{cases}$$

con semplici passaggi algebrici si ottiene che σ_a chiamata anche " σ_a equivalente" è una funzione di σ_{asym} :

$$\begin{aligned} \sigma_a &= (\sigma'_f - \sigma_m) N_f^b \\ &= (\sigma'_f - \sigma_m) \frac{\sigma_{asym}}{\sigma'_f} \\ &= \sigma_{asym} \left(1 - \frac{\sigma_m}{\sigma'_f}\right) \end{aligned} \tag{3.5}$$

a seconda di come si definisce la σ'_f si ottengono i modelli di

- goodman $\sigma'_f = \sigma_u$
- soderber $\sigma'_f = \sigma_y$
- morrow $\sigma'_f = \sigma_f^{true}$

operando pochi passaggi algebrici, in modo analogo si ricava la forma classica della SWT e

MORROE in funzione dei risultati ricavati da prove simmetriche:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{max}\epsilon_a E &= (\sigma'_f)^2 N^{2b} + \sigma'_f \epsilon'_f N^{(b+c)} \\
 &= \sigma'_f N^b [\sigma'_f N^b + \epsilon'_f N^c] \\
 &= \sigma'_f N^b [\epsilon_a E] = \sigma_{asym} \sigma_{asym} = (\sigma_{asym})^2 \\
 &\rightarrow \sqrt{\sigma_{max} \sigma_a} = \sigma_{asym}
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_{max}^{2(1-\gamma)} (\epsilon_a E)^{2\gamma} &= \sigma'_f N^b [(\sigma'_f N^b + \epsilon'_f N^c)] \\
 &= \sigma'_f N^b [\epsilon_a E] = (\sigma_{asym})^2 \\
 &\rightarrow \sigma_{max}^{2(1-\gamma)} (\sigma_a)^{2\gamma} = (\sigma_{asym})^2 \\
 &\rightarrow \sigma_{max}^{(1-\gamma)} (\sigma_a)^\gamma = \sigma_{asym}
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

Quindi noto il valore di σ_{asym} per un determinato numero di cicli N , si ricava il valore dei σ_a e σ_m che corrispondono al medesimo numero di cicli a rottura. Si fa solo notare come le medesime equazioni possano essere scritte in molti modi utilizzando le seguenti equivalenze:

$$\sigma_m = (\sigma_{max} + \sigma_{min})/2 \tag{3.8a}$$

$$\sigma_a = \sigma_{max} - \sigma_m \tag{3.8b}$$

$$R = \sigma_{min}/\sigma_{max} \tag{3.8c}$$

3.4 campi di validità dei modelli di vita a fatica

Abbiamo fin'ora elencato le principali equazioni che descrivono la vita a fatica ma non abbiamo ancora detto in quali condizioni possono essere usate, in particolare, in riferimento ai modelli per carichi non simmetrici, le distinzioni da fare sono soprattutto le seguenti:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{controllo} \\ N \text{ di cicli a rottura} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{tensione} \\ \text{deformazione} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} L.C.F \\ H.C.F \end{array} \right\}$$

Al fine di studiare l'effetto della tensione media sulla vita a fatica sono generalmente adottate due tipi di test: in controllo di deformazione ($\epsilon_m = cost$) o di tensione ($\sigma_m = cost$).

Se la risposta del materiale è elastica, come generalmente accade nel campo dell'H.C.F., allora i due tipi di prove sono di generalmente equivalenti ed entrambi possono essere usati per studiare l'effetto della tensione media sulla vita a fatica. Invece se la risposta è elasto-plastica come nel campo L.C.F. questi tipi di prove producono risultati differenti.

Nel caso delle prove in controllo di deformazione, le def plastiche provocano il rilassamento delle tensioni già nei primi cicli, quindi nel regime L.C.F. la vita a fatica non è particolarmente influenzata dall'introduzione di una deformazione media e quindi i risultati di una tale prova saranno molto simili ad una prova simmetrica con la stessa deformazione alternata.

Al contrario nelle prove in controllo di tensione, le deformazioni plastiche provocano deformazioni cicliche (cyclic creeo chiamato anche ratcheting). L'accumulazione di queste deformazioni cicliche induce un danno aggiuntivo che si manifesta in una riduzione della vita a fatica rispetto a quello predetto dal modello. Quindi nelle prove in controllo di tensione (nel regime di L.C.F o V.L.C.F), il modello della vita a fatica deve includere oltre al danno dovuto a una tensione media ($\sigma_m \neq 0$) anche al danno dovuto all'accumulazione delle deformazioni plastiche (ϵ_r ratcheting)

3.4.1 modelli basati sulla tensione

Sono maggiormente applicabili al regime H.C.F, in cui le deformazioni sono essenzialmente elastiche, infatti quando si entra nel regime L.C.F, in cui le deformazioni plastiche sono predominanti, supporre nota la tensione non è più un'ipotesi forte. questo effetto,, presente anche nel caso di carichi simmetrici, diventa particolarmente importante nel caso di carichi non simmetrici in cui il risultato delle deformazioni plastiche cicliche comporta un ratcheting non trascurabile e quindi una rottura prematura rispetto ai criteri elencati.

3.4.2 modelli basati sulla deformazione

Nati proprio per studiare la fatica a basso numero di cicli, o la fatica associata a creep, sono particolarmente indicati nel campo del L.C.F, in cui le deformazioni plastiche non sono trascurabili. Si osserva inoltre che considerando il modello basato sulla deformazione plastica e lo riscriviamo come:

$$\frac{\Delta\epsilon^p}{2} + \epsilon_m N_f^c = (\epsilon'_f) N_f^c$$

allora quando $\epsilon_m \ll \Delta\epsilon^p$ l'effetto della ϵ_m può essere trascurato nel regime H.C.F (in particolare le prove sperimentali hanno mostrato che già per $N'_F > 1000$ i risultati ottenuti dalla prova simmetrica sono uguali a quelli ottenuti da prove non simmetriche cioè con $\epsilon_m \neq 0$)

Si osserva infine che questi modelli sono evidentemente utili quando si studia il caso di provini intagliati in cui la regione vicino all'intaglio (circondata da materiale in campo elastico) può essere considerata come caricata in controllo di deformazione.

3.4.3 modelli basati sull'energia

Nel caso di prove in controllo di deformazione e di grandi $\Delta\epsilon$ l'effetto della deformazione media è del secondo ordine a causa del rilassamento delle tensioni, che per grandi $\Delta\epsilon$ annulla le tensioni medie nel corso di pochi cicli. Quindi si possono usare i criteri di vita a fatica per carichi simmetrici.

Mentre i maggiori effetti della tensione media sono confinati nel campo dei piccoli $\Delta\epsilon$ dove la componente elastica della deformazione è più grande di quella plastica e i cicli di isteresi sono piccoli. In quest'ultimo caso il criterio energetico per carichi non simmetrici correla bene i risultati sperimentali.

Nel caso di prove in controllo di tensione e di grandi $\Delta\epsilon$ l'effetto della tensione media produce deformazioni cicliche che possono portare alla strizione e a una rottura prematura.

I criteri discussi possono essere applicati con successo ai casi in cui il ratcheting sia trascurabile o meglio si abbia una shakedown plastico o elastico e il rapporto $\frac{\sigma_m}{\sigma_a} \cong \text{piccolo}$, infatti la definizione di ΔW^{e+} come è stata data sovrastima l'effetto della tensione media al crescere di questo rapporto avendogli assegnato un esponente di 2 grado.

$$\begin{aligned} \Delta W^{e+} &= \frac{1}{2E} \left(\frac{\Delta\sigma}{2} + \sigma_m \right)^2 \\ &= \frac{\sigma_a^2}{2E} \left(1 + \frac{\sigma_m}{\sigma_a} \right)^2 = \\ &= 1 + 2 \frac{\sigma_m}{\sigma_a} + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_a} \right)^2 \end{aligned}$$

3.5 effetto del ratcheting e della tensione media sulla vita a fatica

Come è già stato detto per prevedere la vita a fatica in presenza di ratcheting, quest'ultimo non può essere trascurato, tuttavia questo fenomeno è molto complesso e dipende da numerosi fattori:

- tensione media
- tensione alternata
- frequenza di carico
- storia di carico
- caratteristiche microstrutturali
- etc

La modellazione del ratcheting pone una seria sfida alle relazioni costitutive.

Di seguito si descrive un modello di previsione della vita a fatica in presenza di ratcheting, in sostanza disaccoppia e somma il danno dovuto alla tensione media e al ratcheting.

$$D = D(\phi_f, \phi_r)$$

$$\frac{dD}{dN} = \frac{\partial D}{\partial \phi_f} \frac{d\phi_f}{dN} + \frac{\partial D}{\partial \phi_r} \frac{d\phi_r}{dN}$$

Danno dovuto all'effetto della tensione media:

$$\psi_m = \Delta W^p + f\left(\frac{\sigma_m}{\sigma_a}\right) \Delta W_e^a = k_t (N_{ff})^{\alpha_t} + C$$

$$\text{con } \Delta W^p = \frac{1-n'}{1+n'} \Delta \sigma \Delta \epsilon^p$$

$$\text{con } f\left(\frac{\sigma_m}{\sigma_a}\right) = 1 + \eta\left(\frac{\sigma_m}{\sigma_a}\right)$$

$$\text{con } \Delta W_e^a = \frac{\sigma_a^2}{2E}$$

quindi

$$\frac{d\phi_f}{dN} \sim (\phi_m - c) = k_t (N_{ff}^\alpha)$$

Si osserva che alla definizione del parametro di danno nel modello dell'energia totale ΔW^t dato dalla somma di ΔW^p e ΔW^{e+} si sostituisce quest'ultimo con $f\left(\frac{\sigma_m}{\sigma_a}\right) \Delta W_e^a$

$$\frac{\sigma_a^2}{2E} \left[1 + 2 \frac{\sigma_m}{\sigma_a} + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_a} \right)^2 \right] \rightarrow \frac{\sigma_a^2}{2E} \left[1 + \eta\left(\frac{\sigma_m}{\sigma_a}\right) \right]$$

al fine di non sovrastimare sovrastimare l'effetto della σ_m per alti rapporti di $\frac{\sigma_m}{\sigma_a}$, inoltre viene aggiunto un grado di libertà al modello moltiplicando il termine di 1° grado per un parametro libero ricavato successivamente con procedure di best fit.

Danno dovuto al ratcheting:

$$\psi_r = \sigma_{max} \dot{\epsilon}_{aver}^T = k_r (N_{fr})^{\beta_r} + C_r$$

$$\frac{d\phi_r}{dN} \sim (\phi_r - C_r) = k_t (N_{ff}^\alpha)$$

assumendo che $\frac{\partial D}{\partial \phi_f}$ e $\frac{\partial D}{\partial \phi_r}$ siano costanti allora si ottiene che:

$$\frac{1}{N_{ff}} + \frac{1}{N_{fr}} = \frac{1}{N_{ff}}$$

CARATTERIZZAZIONE DEL MATERIALE

4.1 Caratterizzazione statica

4.1.1 Curva di trazione ingegneristica

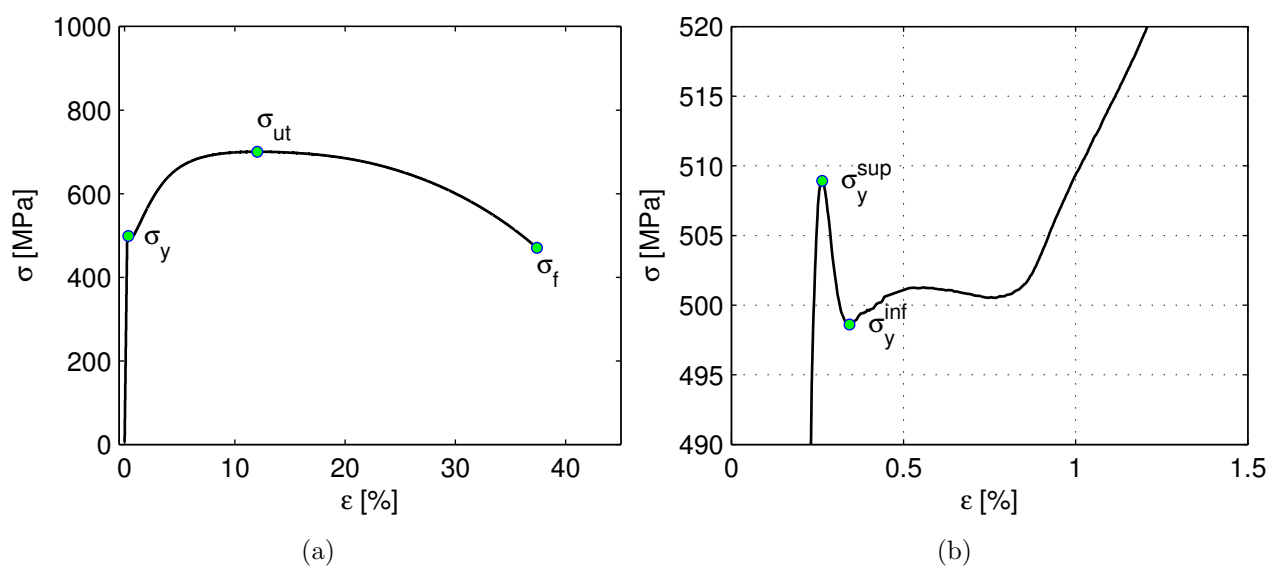


Figura 4.1: (a) curva di trazione ingegneristica (b) ingrandimento

PUNTI NOTEVOLI DELLA CURVA

- $E : 209 \text{ Gpa}$
- $\sigma_{ut} : 700 \text{ Mpa}$
- $L\% : 32 \%$
- $\sigma_{Sup} : 511 \text{ Mpa}$
- $\epsilon_{ut} = 0.123$
- $A\% : -64 \%$
- $\sigma_{Inf} : 499 \text{ Mpa}$
- $\sigma_f = 467 \text{ Mpa}$

4.1.2 Curva di trazione true

Sulla base dei dati si è ricavata la sigma epsilon true con le classiche formule:

$$\sigma^{(t)} = \sigma(\epsilon + 1) \quad (4.1a)$$

$$\epsilon^{(t)} = \ln(\epsilon + 1) \quad (4.1b)$$

Le 1.1 sono state calcolate per $\epsilon \in [0, \epsilon_{ut}]$ e $\sigma \in [0, \sigma_{ut}]$, ipotizzando invece lineare il tratto di curva che collega il punto $(\epsilon_{ut}^{(t)}, \sigma_{ut}^{(t)})$ con il punto ricavato sperimentalmente $(\epsilon_f^{(t)}, \sigma_f^{(t)})$.

$$\sigma_f^{(t)} = \frac{\sigma_f A_i}{A_f} \quad (4.2a)$$

$$\epsilon_f^{(t)} = \ln\left(\frac{l_f}{l_0}\right) = \ln\left(\frac{A_f}{A_0}\right) \quad (4.2b)$$

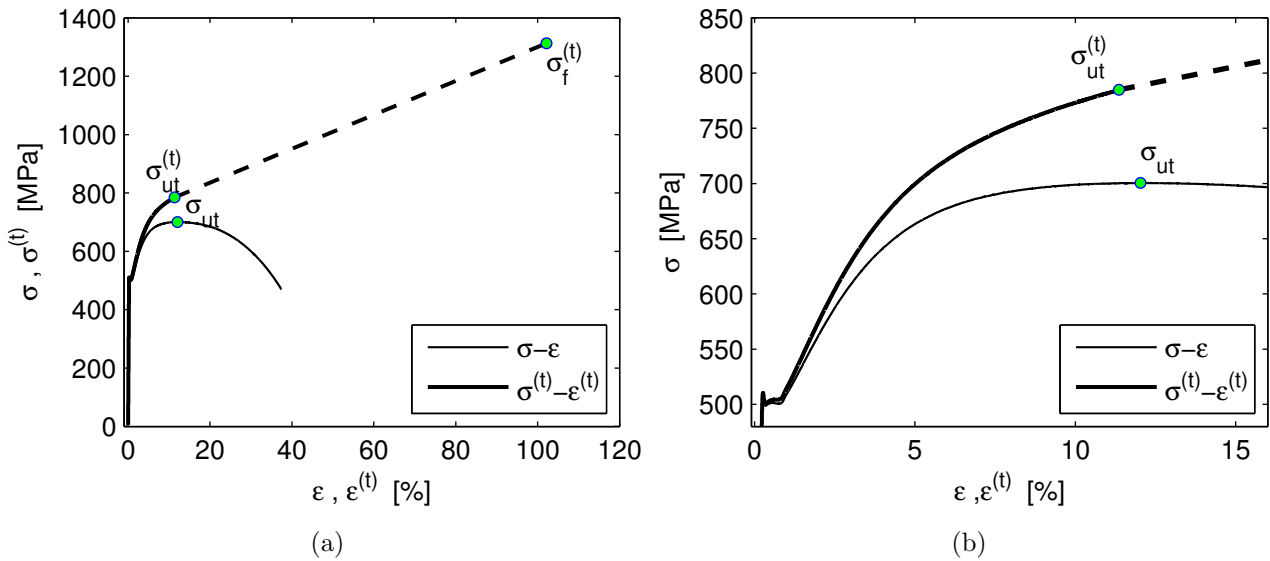


Figura 4.2: (a) confronto tra la curva ing. e la curva true (b)ingrandimento

PUNTI NOTEVOLI DELLA CURVA

- $\sigma_{ut}^{(t)} : 787 \text{ Mpa}$
- $\sigma_f^{(t)} : 1300 \text{ Mpa}$
- $\epsilon_{ut}^{(t)} : 12\%$
- $\epsilon_f^{(t)} : 100\%$

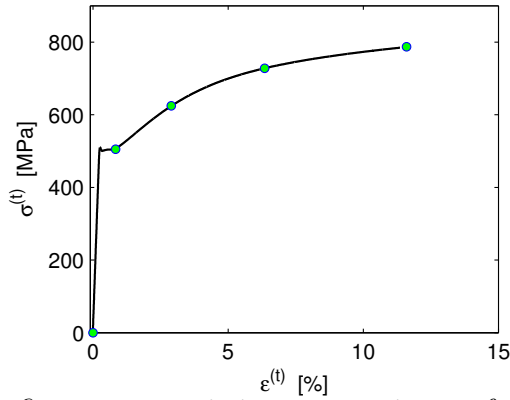
4.1.3 Modelli reologici

sono stati considerati due modelli reologici, in particolare il modello di Hollomon e il modello di Ramberg-Osgood,

$$\sigma = k\epsilon^n \quad \text{Hollomon} \quad (4.3a)$$

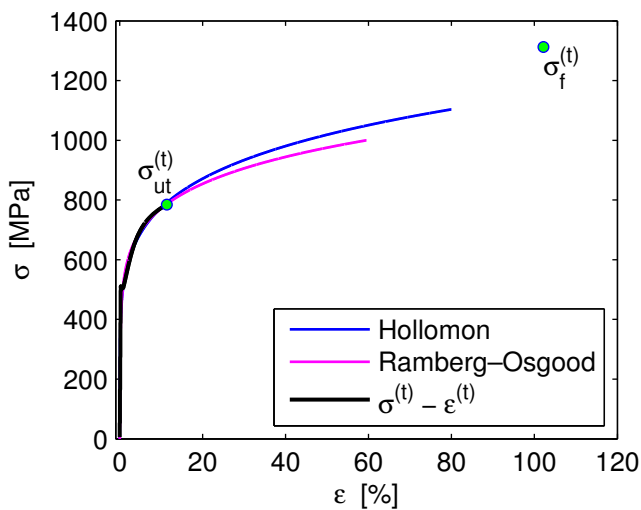
$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{k}\right)^{\frac{1}{n}} \quad \text{Ramberg - Osgood} \quad (4.3b)$$

entrambi i modelli hanno evidentemente due gradi di libertà : k e n , che sono stati ricavanti con una procedura di best fit utilizzando 4 punti ricavati dalla curva $\sigma^{(t)} - \epsilon^{(t)}$ in particolare lo zero, la $\sigma_{ut}^{(t)}$ e altri due punti della zona non lineare. Si ricorda che E , non è un parametro, ma un dato, in quanto il modulo elastico è fissato dal materiale.

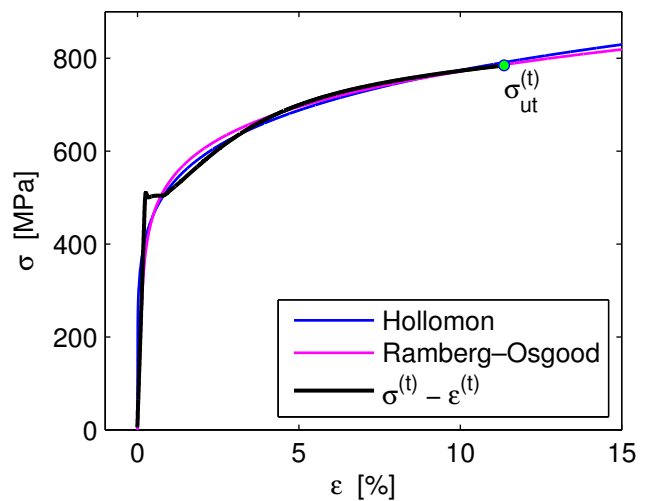


	k	n
Hollomon	1146	0.17
Ramberg-Osgood	1078	0.143

Nelle figure seguenti si sono messi a confronto i due modelli con la curva $\sigma - \epsilon$ true.



(a)



(b)

Figura 4.3: confronto dei modelli reologici con la curva $\sigma - \epsilon$ true, la fig. (b) è l'ingranguimento della fig. (a)

4.2 Caratterizzazione a fatica

4.2.1 curva ciclica

Per ricavare la curva ciclica si è fatta una prova in controllo di deformazione in 4 step a 4 livelli di ϵ diversi prima di danneggiare il provino per instabilità compressione. In particolare, i valori di ϵ sono stati scelti in modo da fare una prova a tensione iniziale inferiore allo snervamento e tre prove a tensioni superiori.

Dalla curva di trazione si può facilmente ricavare i livelli di deformazione corrispondenti ai 4 livelli di tensione scelti.

1. $\sigma_1^{(0)} : 380 \text{ Mpa} \rightarrow \epsilon_{a1} : 0.2 \%$
2. $\sigma_2^{(0)} : 500 \text{ Mpa} \rightarrow \epsilon_{a2} : 0.5 \%$
3. $\sigma_3^{(0)} : 510 \text{ Mpa} \rightarrow \epsilon_{a3} : 1 \%$
4. $\sigma_4^{(0)} : 580 \text{ Mpa} \rightarrow \epsilon_{a4} : 2 \%$

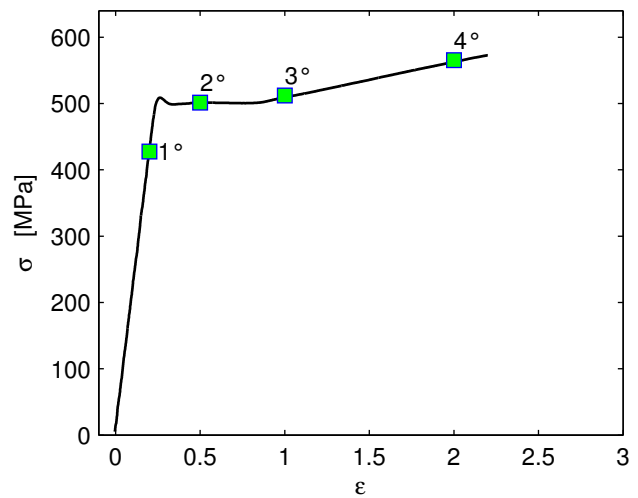


Figura 4.4: intervalli ϵ_a dei 4 step

il risultato della prova è riportato in figura.

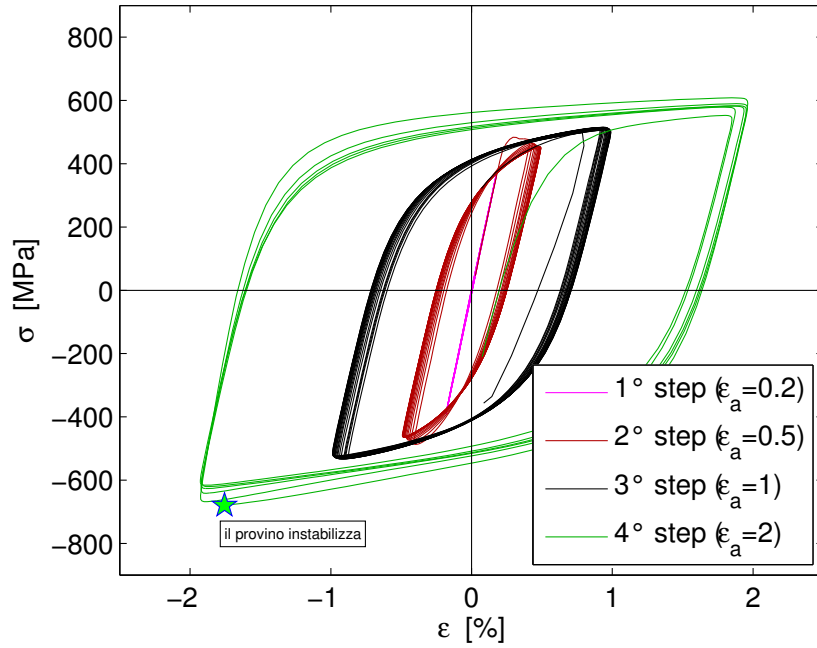


Figura 4.5: cicliche

A seguito della prova sono stati evidenziati 4 punti (gli estremi sigma epsilon delle cicliche stabili) da cui far passare la curva ciclica.

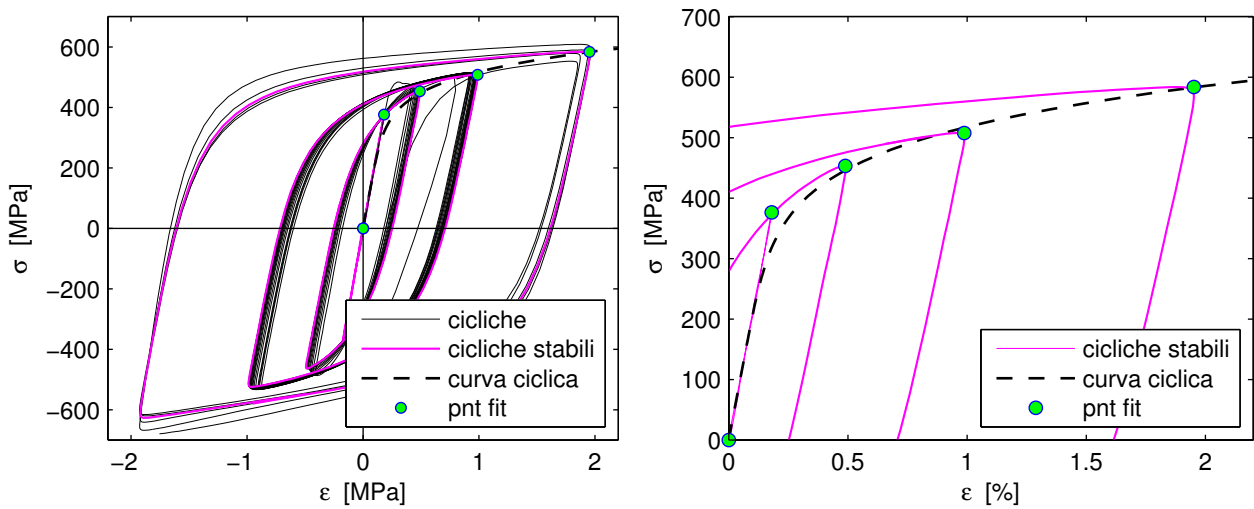


Figura 4.6: Fit della curva ciclica

L'equazione usata per il fittaggio è la seguente:

$$\epsilon = \frac{\sigma}{E} + \left(\frac{\sigma}{K} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (4.4)$$

Il risultato del fittaggio con modulo di Young imposto ($E = 209Gpa$) ha prodotto: $k = 1070$ e $n = 0.14$. Nella figura seguente si confrontano la curva ciclica appena ricavata con la curva $\sigma - \epsilon$ true

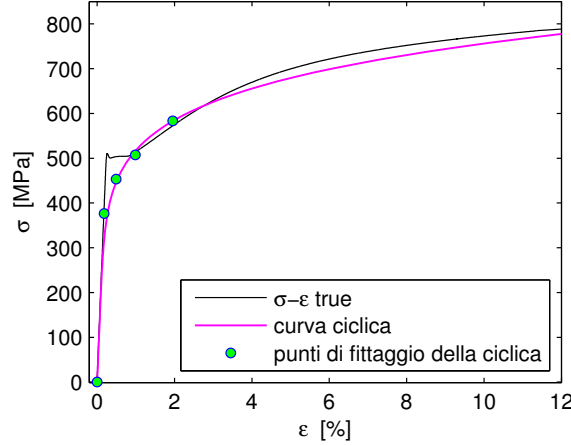


Figura 4.7: confronti tra la curva ciclica e la curva $\sigma - \epsilon$ true

4.2.2 curva di masing

Un materiale si dice che ha un comportamento di Masing quando la parte superiore dei cicli di isteresi, traslati tutti nel primo quadrante, può essere involupata da una curva particolare: la curva ciclica scalata di un fattore 2, qui chiamata per semplicità, curva di masing:

$$\Delta\epsilon = \frac{\Delta\sigma}{E} + 2\left(\frac{\Delta\sigma}{2K}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (4.5)$$

In figura 1.8a sono riportati i cicli stabili e i cicli stabili traslati nel primo quadrante, accanto, in figura 1.8b sono riportate le due curve, cioè la ciclica (eq. 1.4) e la curva di masing (eq. 1.5) assieme ai cicli stabili traslati. si può ritenere che il materiale in questione sia in buon accordo con l'ipotesi di masing, anche se l'ultimo ciclo stabile non viene involupato perfettamente, questa incongruenza infatti potrebbe essere dovuta semplicemente al danneggiamento accumulato dal provino nei cicli precedenti.

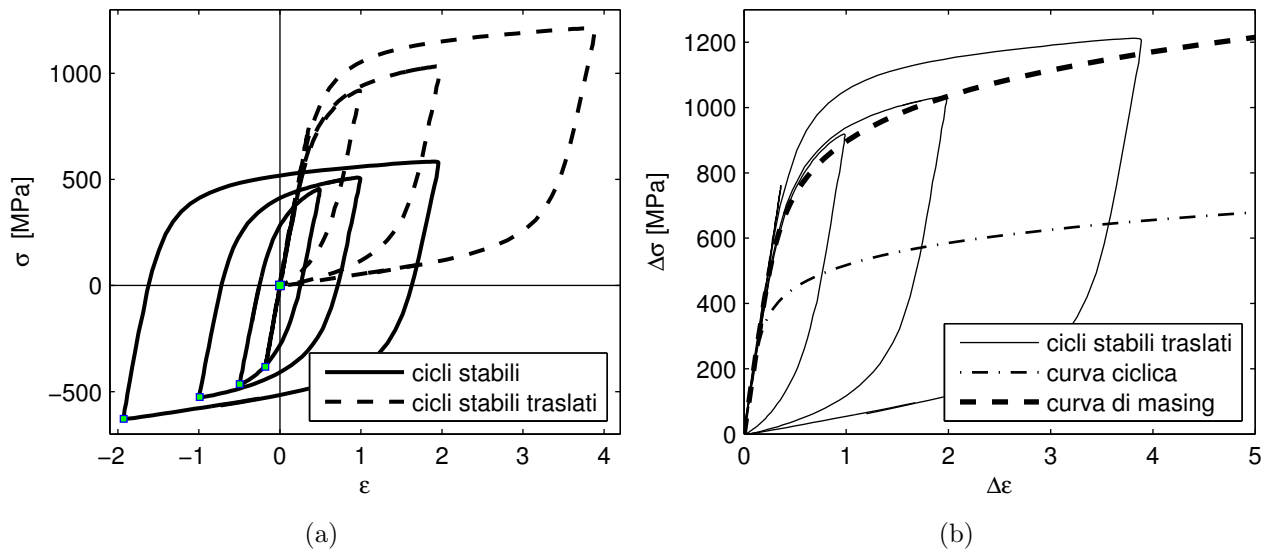


Figura 4.8: verifica materiale di masing

4.3 Identificazione dei parametri di chaboche di un caso ($R=0$)

Con tecniche numeriche, in particolare utilizzando gli algoritmi genetici, sono stati ricavati da Parise i parametri di chaboche per il caso di una prova in controllo di tensione di estremi $\sigma_{min} = 0$ e $\sigma_{max} = 600$ (rappresentato in figura nel piano $\sigma - \epsilon$),

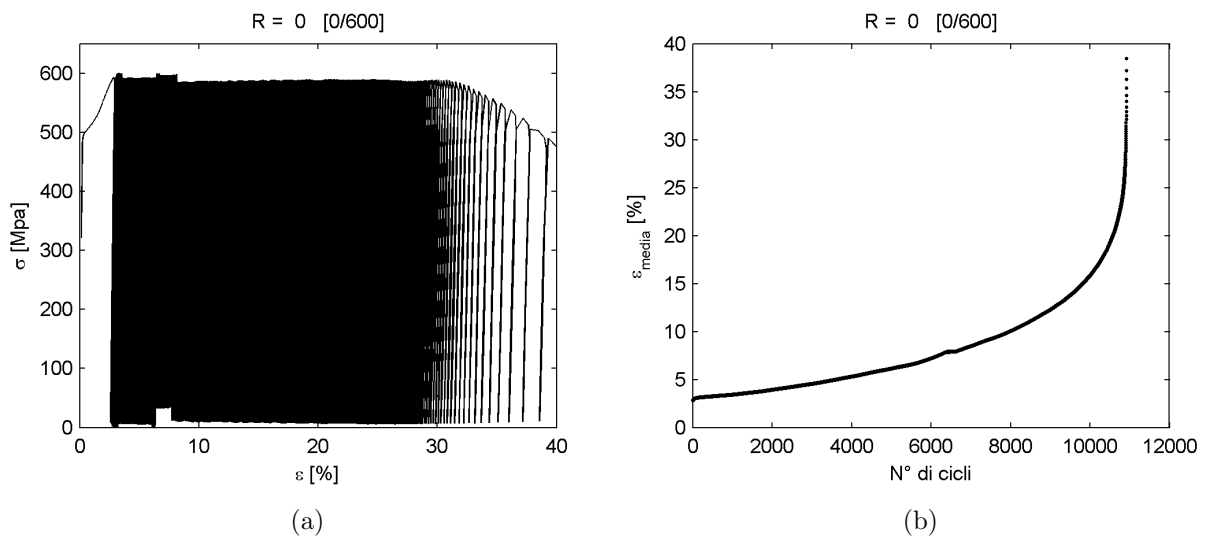


Figura 4.9

i risultati sono:

$$\begin{array}{llll} C1 = 82118 & C2 = 71991 & C3 = 7739 & \sigma_y = 293 \\ \gamma1 = 8628 & \gamma2 = 598 & \gamma3 = 0.1 & \end{array}$$

In sostanza, tali valori sono i parametri che tramite il modello di chaboche *fittano* meglio i dati sperimentali. In particolare per il fittaggio si usa il primo ciclo e un ciclo N-esimo non specificato ma generalmente non troppo lontano dal primo, per non appesantire il calcolo numerico. Evidentemente i risultati della simulazione saranno intrinsecamente legati agli estremi di fittaggio e quindi daranno ottimi risultati entro questi estremi ma l'estrapolazione della simulazione oltre questi limiti risulta poco coerente, se non divergente dai dati sperimentali. L'incoerenza coi dati sperimentali risulta ovviamente ancora più marcata se si usano tali per simulare altre condizioni di carico. I risultati della simulazione e della prova sperimentale sono riportati in figura

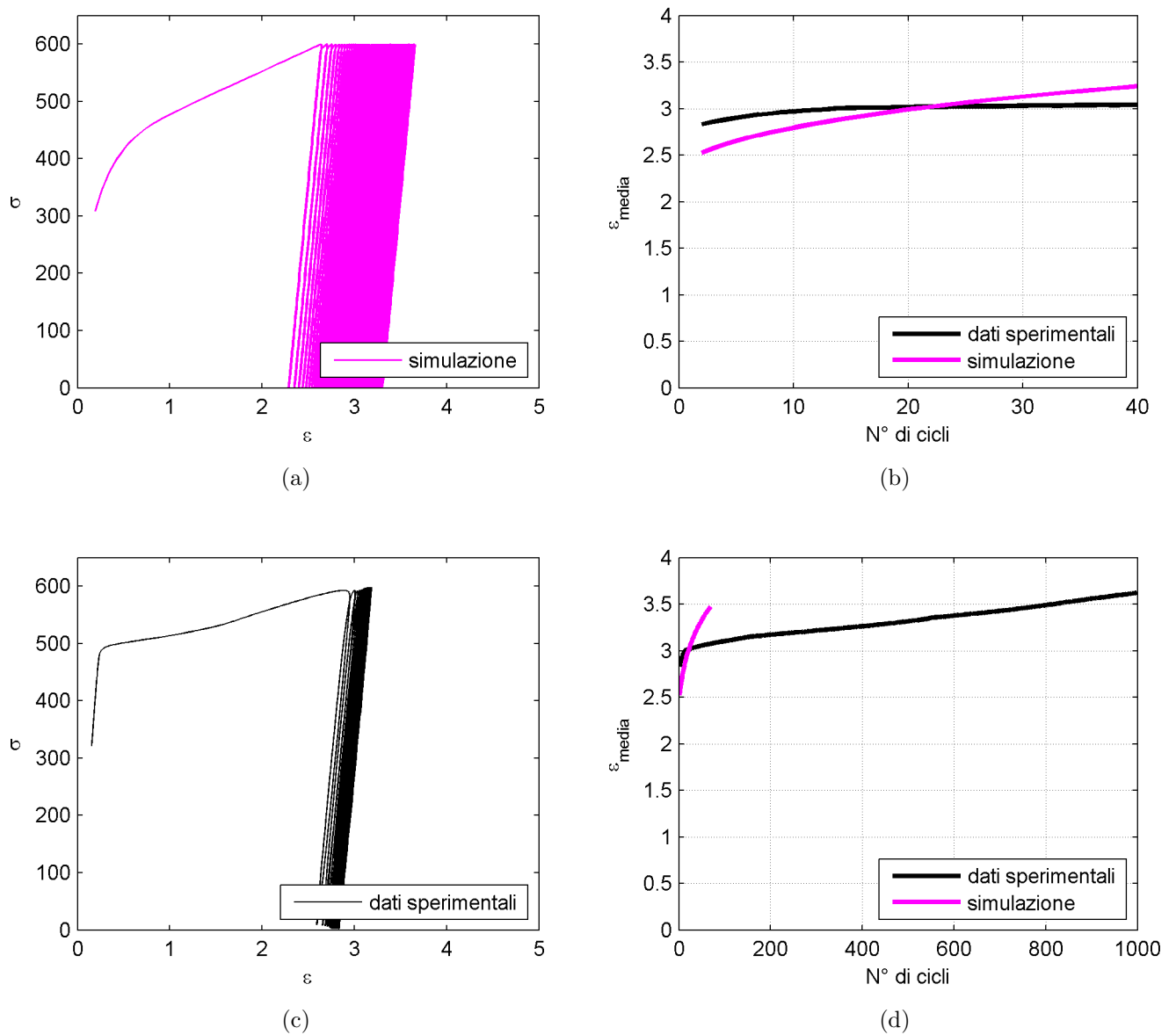


Figura 4.10: correlazione dati sperimentali e risultati FEM per il caso di $\sigma_{max} = 600$ e $R=0$

PROVE DI FATICA IN CONTROLLO DI TENSIONE

5.1 Le prove svolte

Sono state svolte prove in controllo di forza a 3 livelli di tensione massima diversi:

650 600 550

e a 7 valori di R diversi:

R=0 R=0.1 R=0.3 R=0.5 R=0.6 R=0.7 R=0.8

Inoltre è stato deciso di fissare due RUN OUT uno a 2 milioni per tutte le prove da effettuare a bassa frequenza (20hz massimo) per poter acquisire i valori di forza e allungamento, e uno a 10 milioni per le prove ad alta tensione massima (650) e ad alto R (0.5 0.6 0.7 0.8) da fare ad alta frequenza (circa 150hz) senza però acquisire i valori di forza e allungamento. Queste prove sono state ripetute 2 volte per incrementare l’affidabilità del risultato. Le prime sono state fatte su una classica macchina di trazione le seconde su una macchina in risonanza.

R	Sigma			R	Sigma		R	Sigma	
	550	600	650		650			650	
0.1	2mil	2mil	2mil	0.5	10mil		0.5	10mil	
0.3	2mil	2mil	2mil		10mil		0.6	10mil	
0.5	2mil	2mil	2mil		10mil		0.7	10mil	
0.6	2mil	2mil	2mil		10mil		0.8	10mil	
0.7	2mil	2mil	2mil		10mil				
0.8	2mil	2mil	2mil						
(a) Prove a bassa freq.				(b) Prove ad alta freq.			(c) Prove ad alta freq.		

Tabella 5.1: Prove fatte

5.2 risultati di vita a fatica

I risultati sono riportati in tabella

σ_{max}	$R\sigma$	σ_a	σ_m	Rotto	Non Rotto	
					2Mil	10Mil
550	0	275	275	243,397		
	0.1	247.5	302.5	209,200		
	0.3	192.5	357.5		R.O.	
	0.5	137.5	412.5		R.O.	
	0.6	110	444		R.O.	R.O.
	0.7	82.5	467.5		R.O.	R.O.
	0.8	55	495		R.O.	R.O.
600	0	300	300	10,900		
	0.1	270	330	75,100		
	0.3	210	390	334,000		
	0.5	150	450		R.O	R.O.
	0.6	120	480		R.O.	R.O.
	0.7	90	510		R.O.	R.O.
	0.8	60	540		R.O.	R.O
650	0	325	325	1,100		
	0.1	292.5	357.5	3,800		
	0.3	227.5	422.5	531,000		
	0.5	162.5	487.5		R.O	R.O.
	0.6	130	520		R.O	R.O.
	0.7	97.5	552.5		R.O	R.O.
	0.8	65	585		R.O	R.O.

Tabella 5.2: prove in controllo di tensione

I risultati delle prove possono essere riportati in un classico diagramma di goodman $\sigma_m - \sigma_a$.

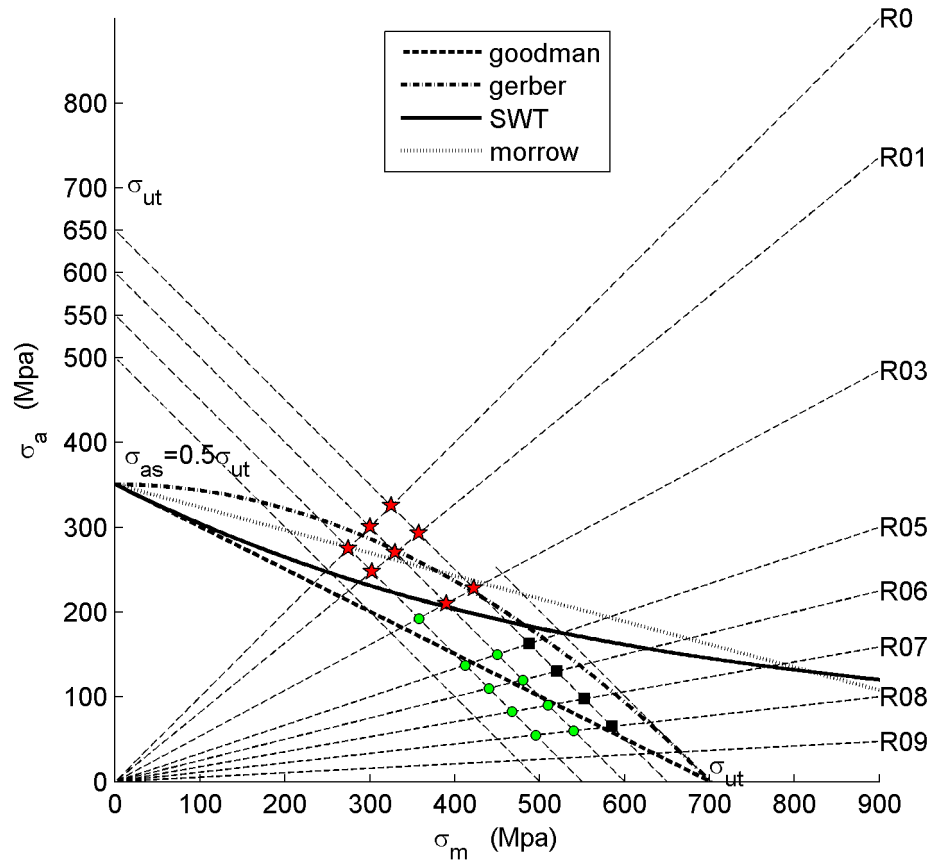


Figura 5.1: diagramma di goodman

(★ Rotture ; ● Run out 2Mil ■ Run out 10Mil)

Le equazioni delle curve graficate sono:

• Soderberg: $\frac{\sigma_a}{\sigma_{as}^*} + \frac{\sigma_m}{\sigma_y} = 1$

• Goodman: $\frac{\sigma_a}{\sigma_{as}^*} + \frac{\sigma_m}{\sigma_{ut}} = 1$

• Gerber: $\frac{\sigma_a}{\sigma_{as}^*} + \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_{ut}}\right)^2 = 1$

• SWT: $\sigma_{as}^* = \sqrt{\sigma_{max}\sigma_a} = \sqrt{(\sigma_m + \sigma_a)\sigma_a}$

• Morrow(σ a frattura): $\frac{\sigma_a}{\sigma_{as}^*} + \frac{\sigma_m}{\sigma_f^{true}} = 1$

Con: $\sigma_{as}^* = \sigma_{as}(1e6) \approx \frac{\sigma_u}{2}$

5.3 risultati rathceting

5.3.1 Confronti a parità di R

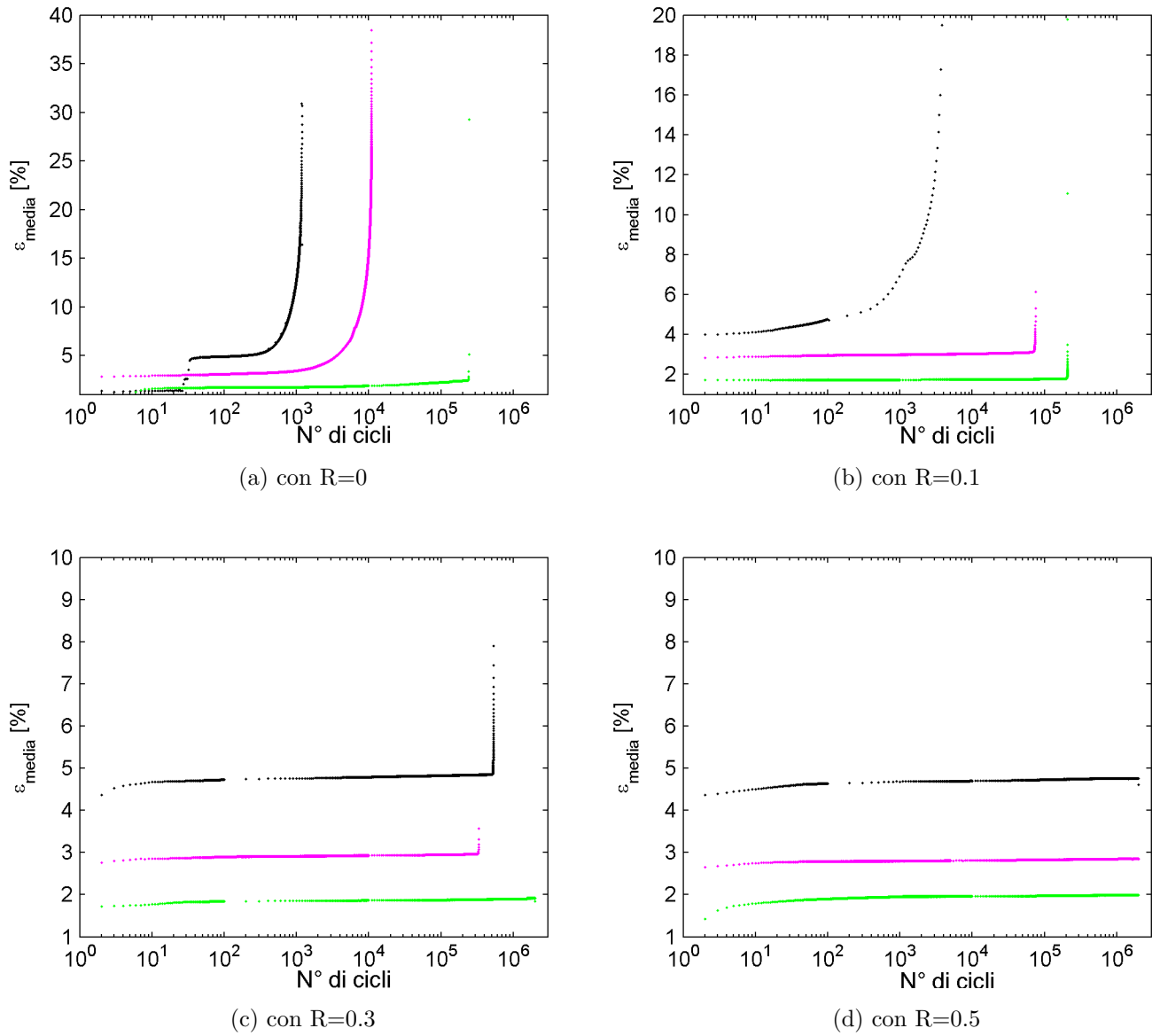


Figura 5.2: ● $\sigma_{max} = 550$; ● $\sigma_{max} = 600$; ● $\sigma_{max} = 650$

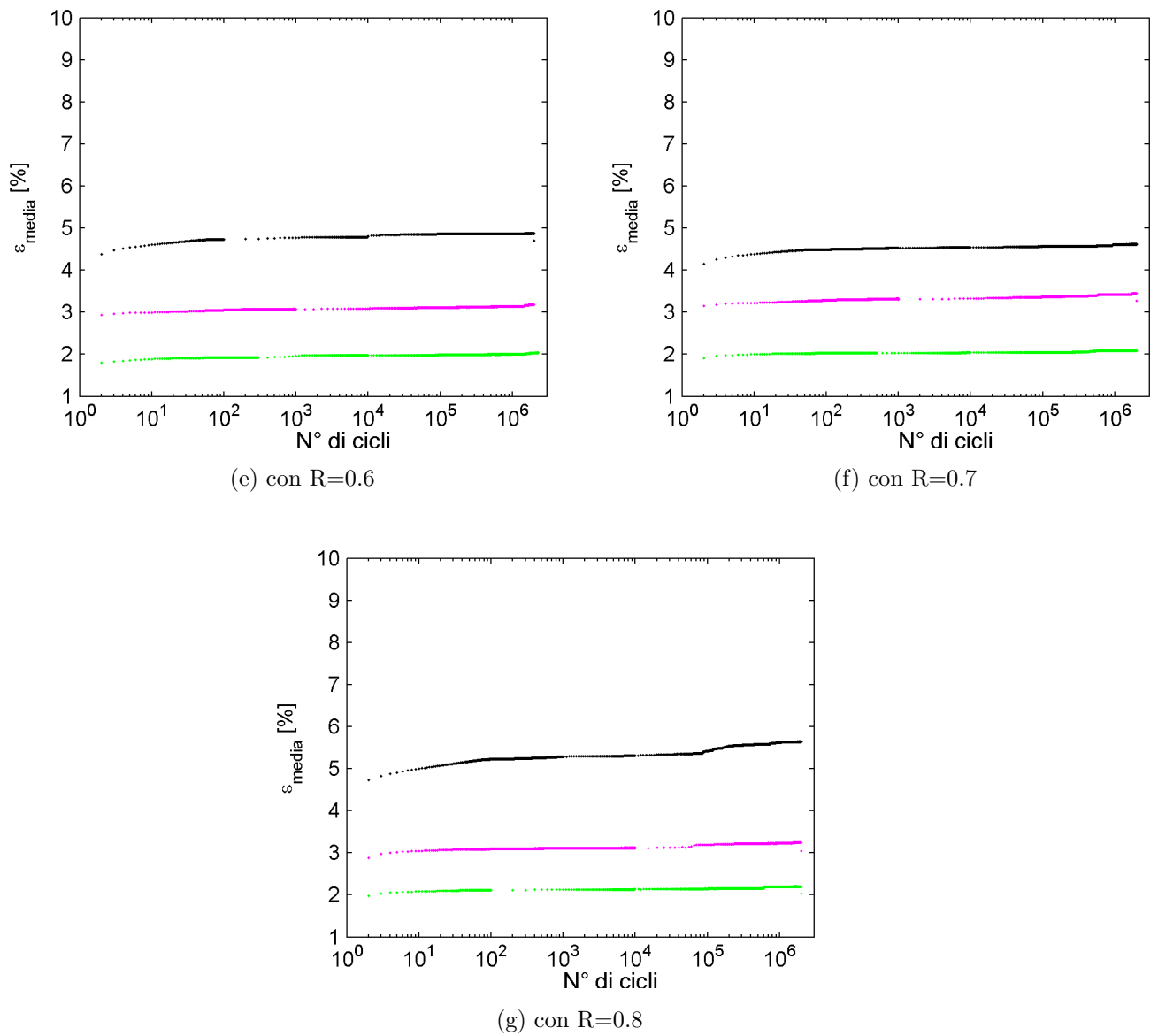


Figura 5.2: ● $\sigma_{max} = 550$; ● $\sigma_{max} = 600$; ● $\sigma_{max} = 650$

5.3.2 Confronti a parità di σ_{max}

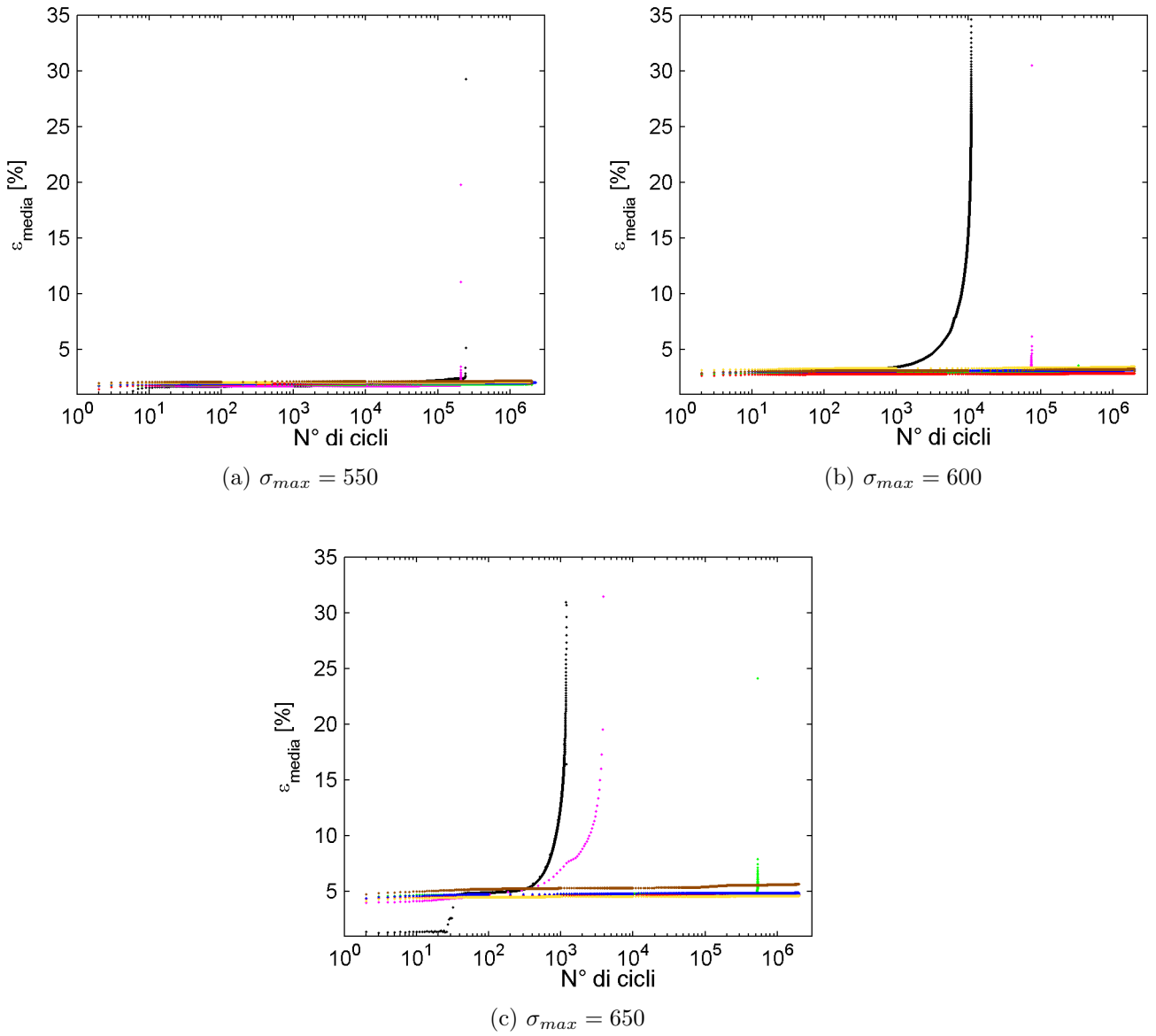


Figura 5.3: ● $R = 0$; ● $R = 0.1$; ● $R = 0.3$ ● $R = 0.5$ ● $R = 0.6$ ● $R = 0.7$ ● $R = 0.8$

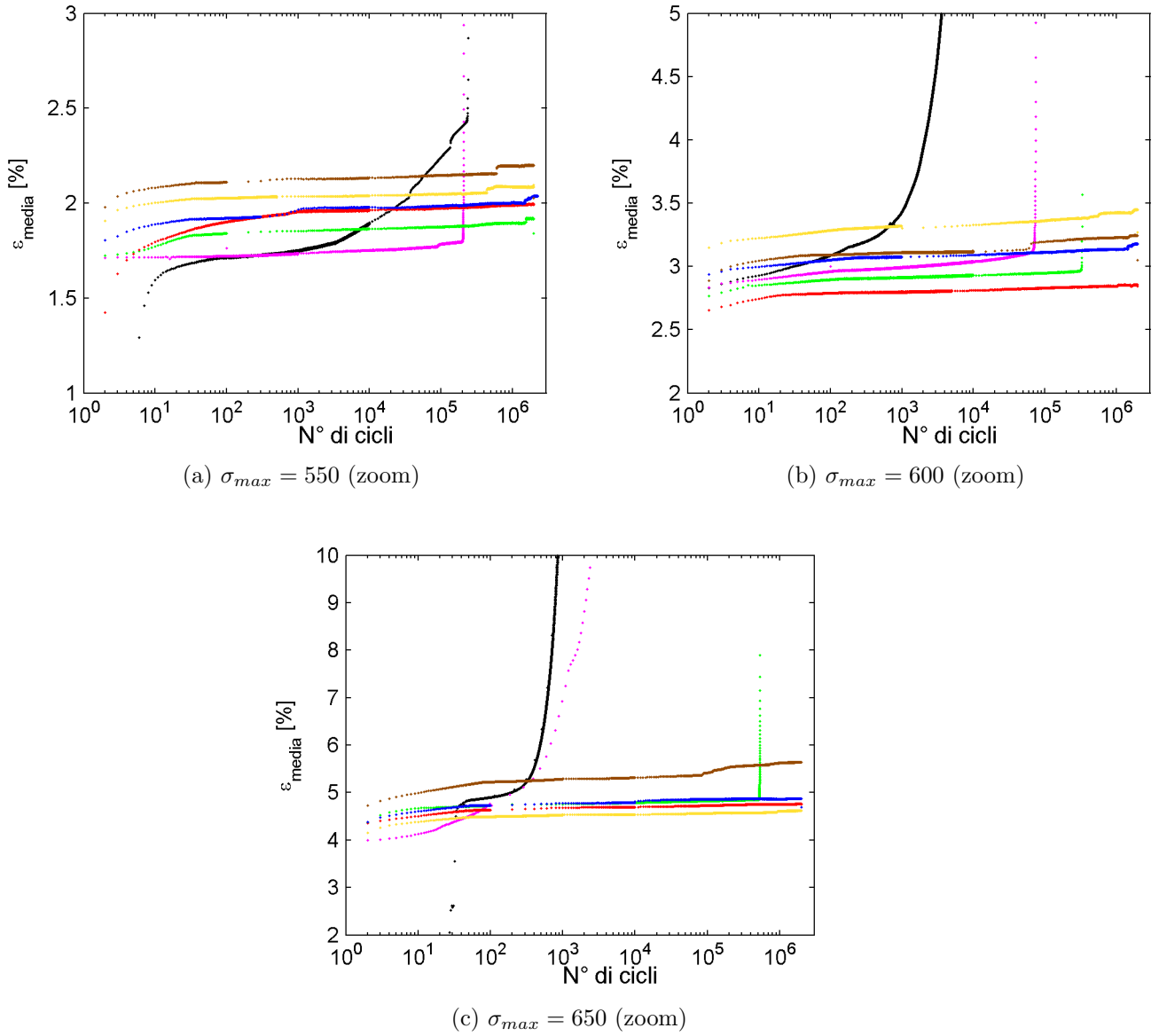


Figura 5.4: ● $R = 0$; ● $R = 0.1$; ● $R = 0.3$ ● $R = 0.5$ ● $R = 0.6$ ● $R = 0.7$ ● $R = 0.8$

σ_{max}	$R\sigma$	σ_a	σ_m	ϵ_0	ϵ_f	ϵ_f	$\overline{\Delta\epsilon_{2^a}}$
[Mpa]	[Mpa]				rottura	ratcheting	$[\Delta\epsilon/10^6 \text{ cicli}]$
550	0	275	275	1.76	2.5		
	0.1	247.5	302.5	1.76	1.8		
	0.3	192.5	357.5	1.76		1.90	0.14
	0.5	137.5	412.5	1.76		2.00	0.24
	0.6	110	444	1.76		2.04	0.28
	0.7	82.5	467.5	1.76		2.08	0.32
	0.8	55	495	1.76		2.20	0.44
600	0	300	300	2.79	4.0		
	0.1	270	330	2.79	3.0		
	0.3	210	390	2.79	2.95		
	0.5	150	450	2.79		2.86	0.07
	0.6	120	480	2.79		3.18	0.39
	0.7	90	510	2.79		3.45	0.66
	0.8	60	540	2.79		3.25	0.46
650	0	325	325	4.35	5.0		
	0.1	292.5	357.5	4.35	4.9		
	0.3	227.5	422.5	4.35	4.8		
	0.5	162.5	487.5	4.35		4.75	0.40
	0.6	130	520	4.35		4.87	0.52
	0.7	97.5	552.5	4.35		4.63	0.28
	0.8	65	585	4.35		5.64	1.29

Tabella 5.3: risultati prove in controllo di tensione

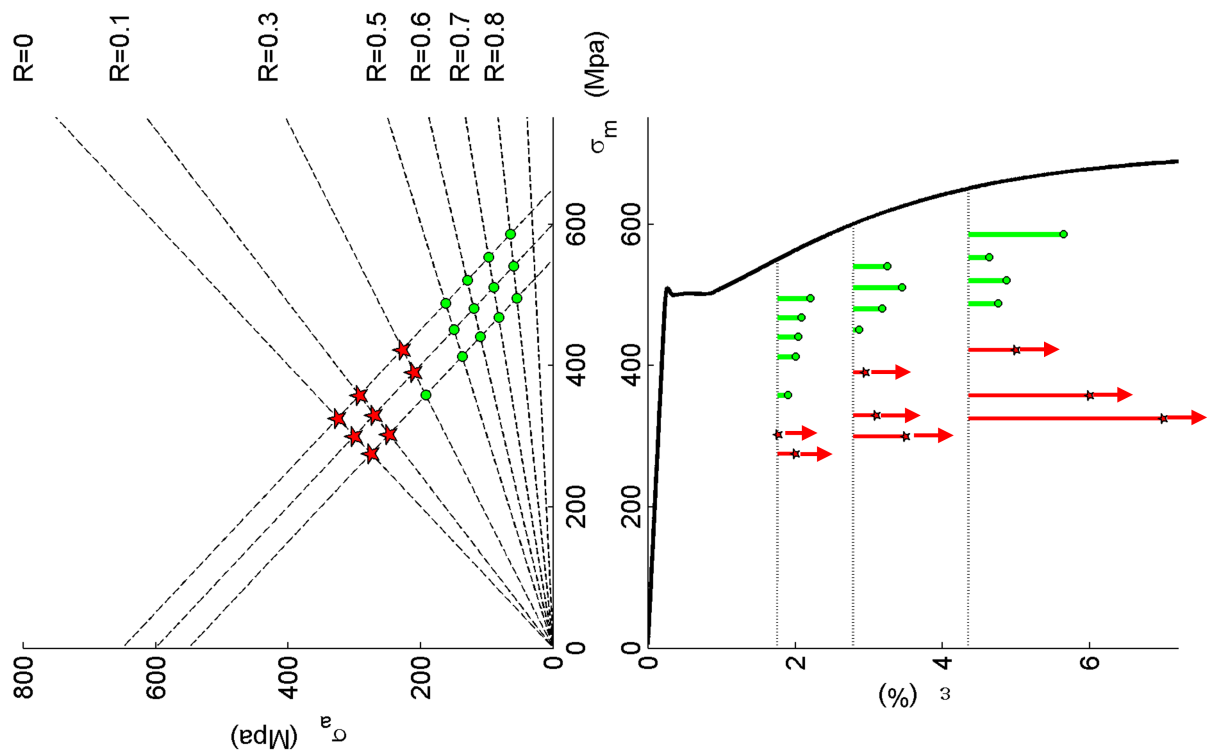


Figura 5.5: diagramma del ratcheting

(★ Rotture ; ● Run out 2Mil)

FATICA IN CONTROLLO DI DEFORMAZIONE

Sono state svolte 8 prove in controllo di spostamento, di cui 6 prove con $\sigma_{max} = 600$ a sei valori di R diversi:

$$R=0.1 \qquad R=0.3 \qquad R=0.5 \qquad R=0.6 \qquad R=0.7 \qquad R=0.8$$

e 3 prove a R=0 a tre valori di σ_{max} diversi:

$$\sigma_{max} = 550 \qquad \sigma_{max} = 600 \qquad \sigma_{max} = 650$$

6.1 risultati di vita a fatica

i rislutati delle prove sono riporati in tabella:

$\sigma_{max}^{(i)}$	$R_{\sigma}^{(i)}$	$\sigma_{min}^{(i)}$	$\sigma_a^{(i)}$	$\sigma_m^{(i)}$	ϵ_{max}	R_{ϵ}	ϵ_{min}	ϵ_a	ϵ_m	cicli
550	0	0	275	275	2.1	0.83	1.7	0.2	1.9	205,116
600	0	0	300	300	3.5	0.89	3.1	0.2	3.3	100,000
	0.1	60	270	330	3.68	0.91	3.35	0.165	3.52	73,000
	0.3	180	210	390	3.255	0.94	3.05	0.103	3.15	R.O.
	0.5	300	150	450	3.355	0.96	3.21	0.073	3.28	R.O.
	0.6	360	120	480	3.255	0.97	3.15	0.053	3.20	R.O.
	0.7	420	90	510	3.752	0.97	3.655	0.049	3.7	R.O.
	0.8	480	60	540	3.41	0.98	3.344	0.033	3.77	R.O.
650	0	325	325	325	5.4	0.9	0.3	5.2	2.87	60,000

Tabella 6.1: Add caption

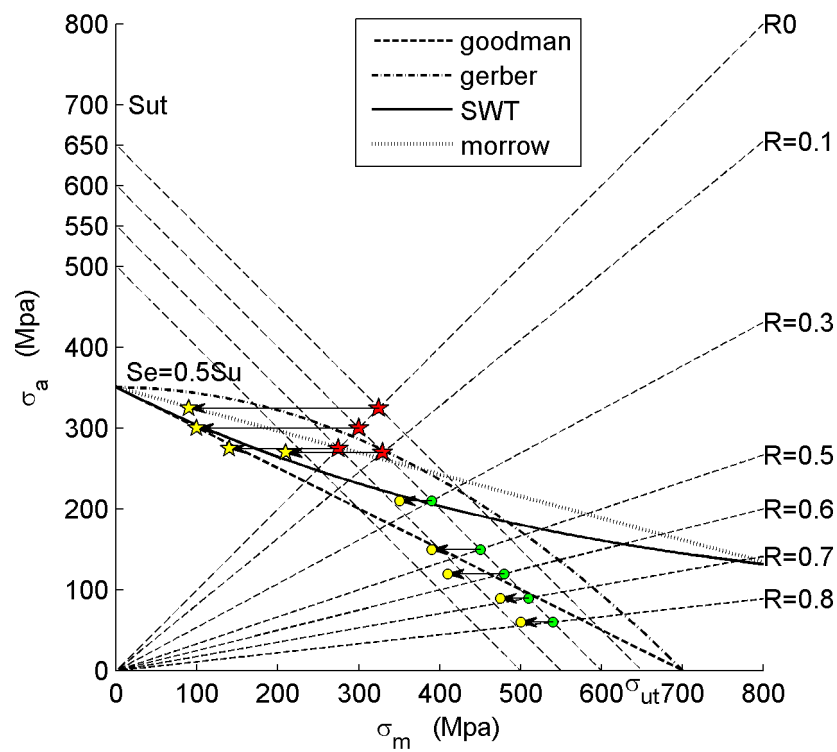


Figura 6.1: diagramma di goodman

(★ Rotture ; ● Run out 2Mil, in giallo sono rapp. il punto di rottura o di R.O.)

6.2 risultati relaxation

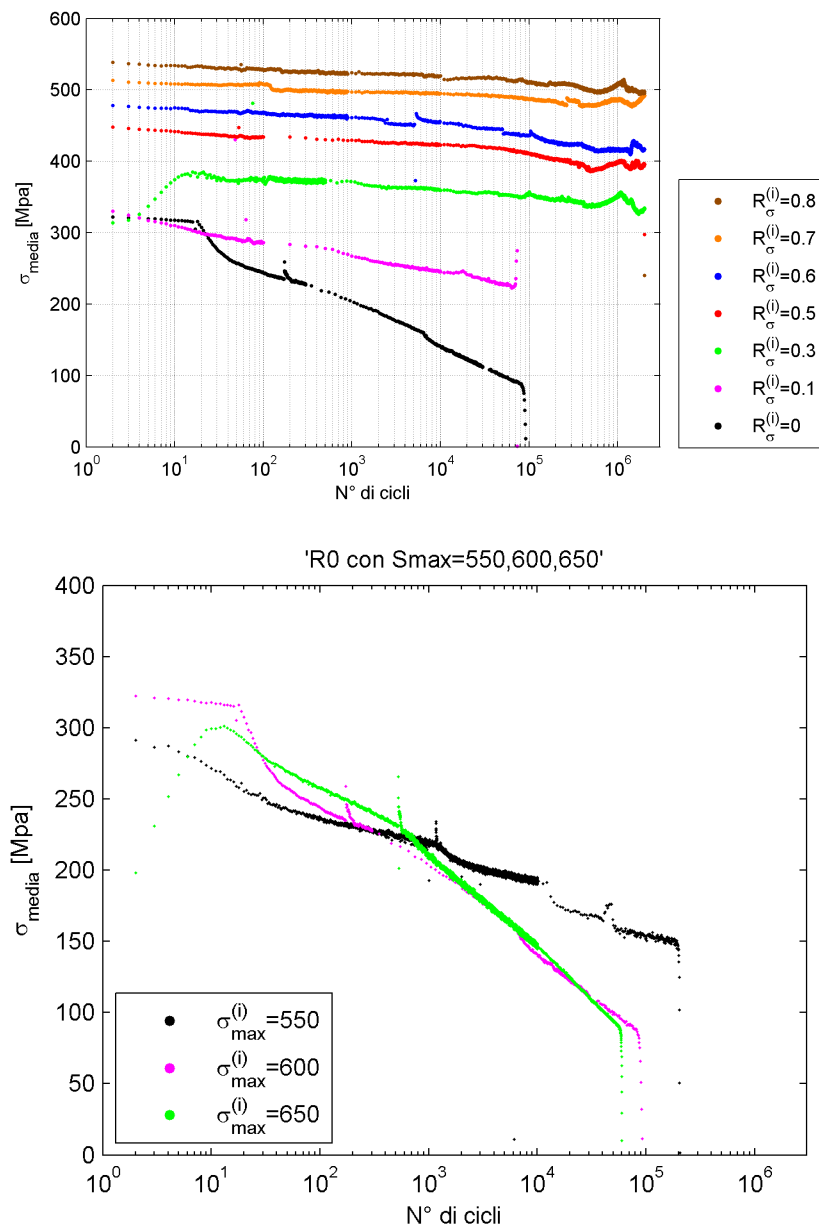


Figura 6.2: confronto a parità di σ_{max} & $R=0$

$\sigma_{max}^{(i)}$	$R_\sigma^{(i)}$	$\sigma_{min}^{(i)}$	$\sigma_a^{(i)}$	$\sigma_m^{(i)}$	$\sigma_{max}^{(f)}$	$R_\sigma^{(f)}$	$\sigma_{min}^{(f)}$	$\sigma_a^{(f)}$	$\sigma_m^{(f)}$	$\Delta\sigma_{max}$	ΔR_σ	$\Delta\sigma_{min}$	$\Delta\sigma_a$	$\Delta\sigma_m$
550	0	0	275	275	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
600	0	0	300	300	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	0.1	60	270	330	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
	0.3	180	210	390	560	0.25	140	210	350	-40	-0.05	-40	0	-40
	0.5	300	150	450	540	0.44	240	150	390	-60	-0.06	-60	0	-60
	0.6	360	120	480	530	0.55	290	120	410	-70	-0.05	-70	0	-70
	0.7	420	90	510	565	0.68	385	90	475	-35	-0.02	-35	0	-35
650	0.8	480	60	540	560	0.79	440	60	500	-40	-0.01	-40	0	-40
	0	0	325	325	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabella 6.2: risultati relaxation, con l'ipotesi che $\sigma_a^{(f)} = \sigma_a^{(i)}$

FRATTOGRAFIA

7.1 prova di trazione



Figura 7.1: prova di trazione

7.2 prove di fatica in controllo di tensione

7.2.1 prova a $\sigma_{max} = 550$ e $\sigma_a = 275$ (R=0)

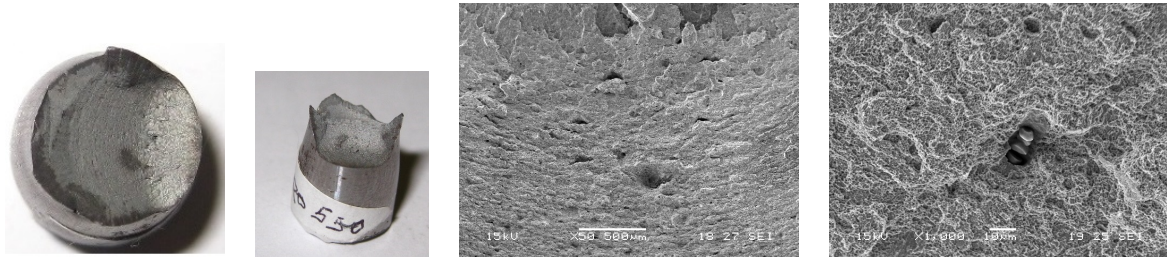


Figura 7.2: fatica

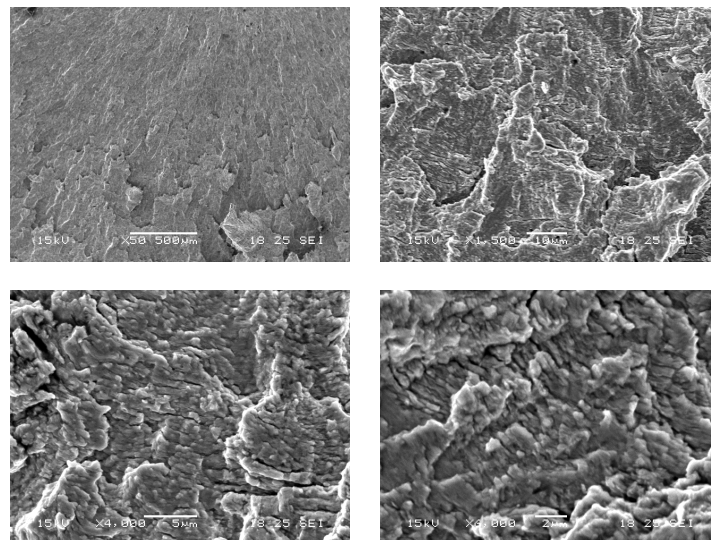


Figura 7.2: fatica

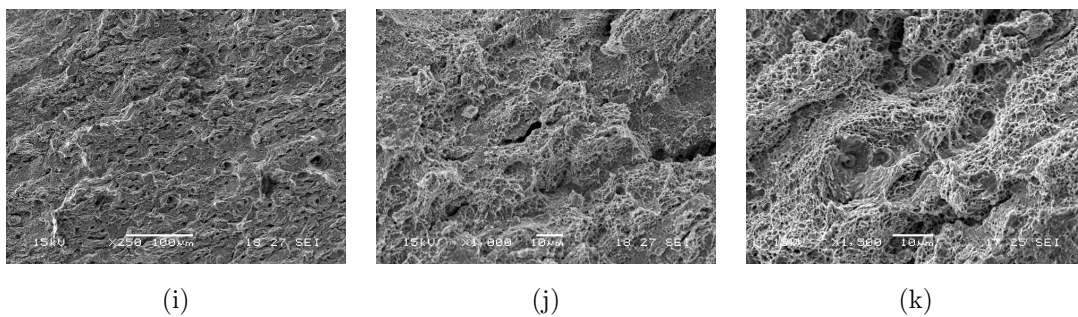


Figura 7.2: avanzamento a-b, avanzamento duttile c

7.2.2 prova a $\sigma_{max} = 650$ e $\sigma_a = 325$ (R=0)

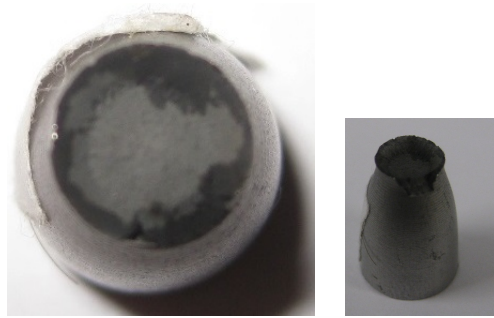


Figura 7.3: $S_{max} = 650$ R=0

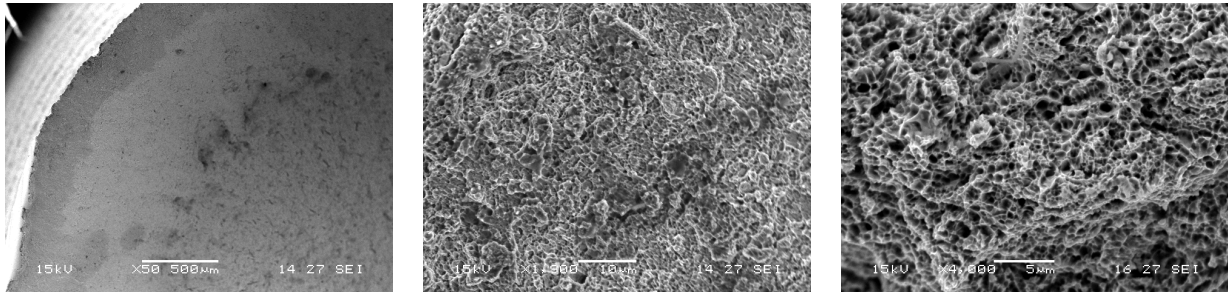


Figura 7.3: bordo a-b, cuore c

7.2.3 prova a $\sigma_{max} = 550$ e $\sigma_a = 247.5$ (R=0.1)

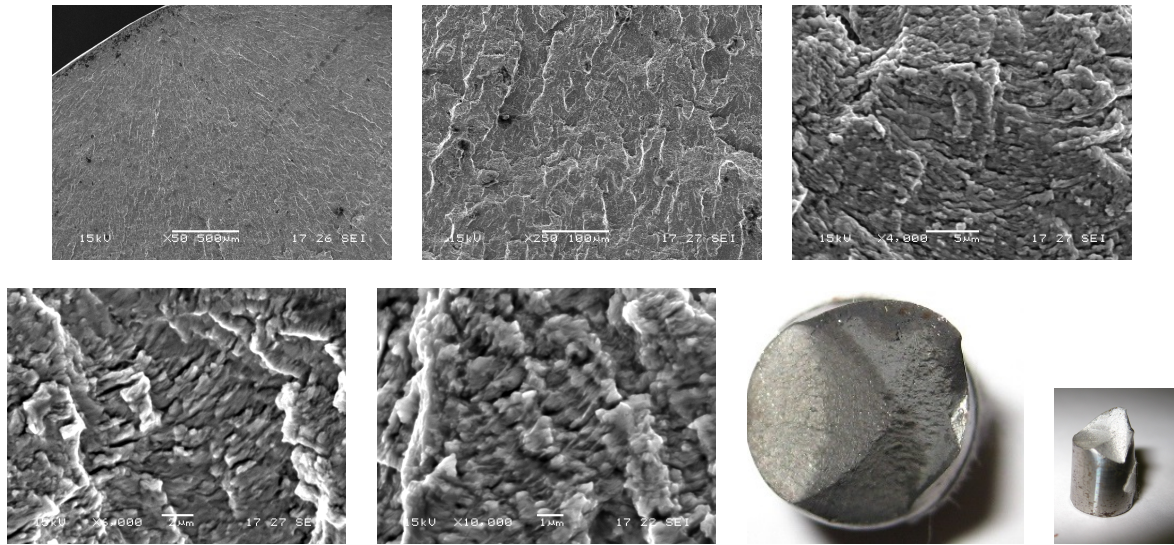


Figura 7.4: fatica

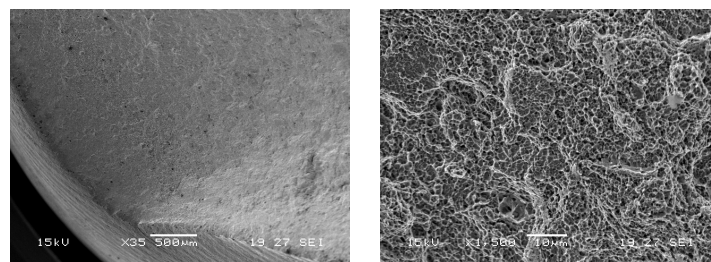


Figura 7.4: bordo

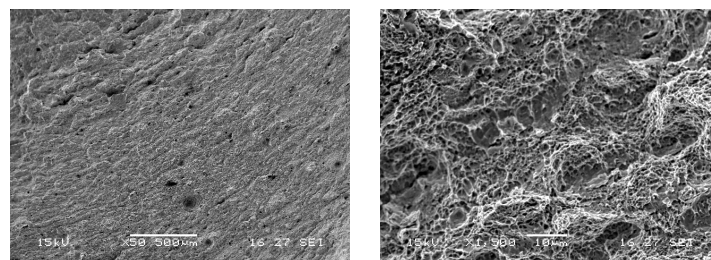


Figura 7.4: trazione

7.2.4 prova a $\sigma_{max} = 600$ e $\sigma_a = 210$ (R=0.3)

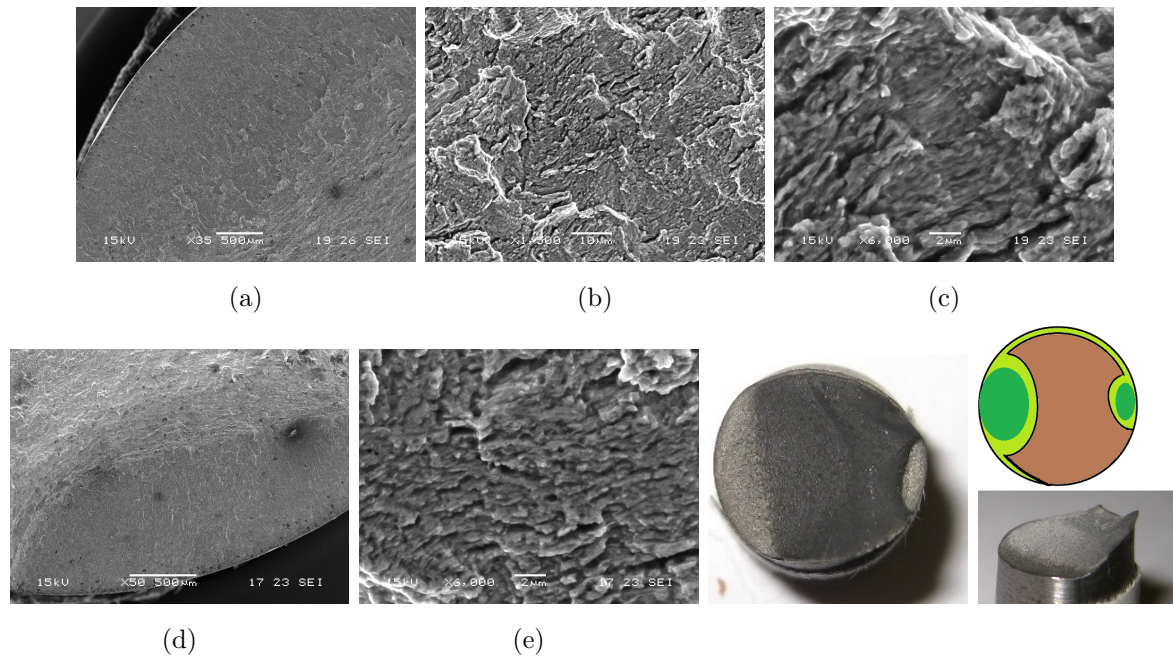


Figura 7.5: fatica lato uno

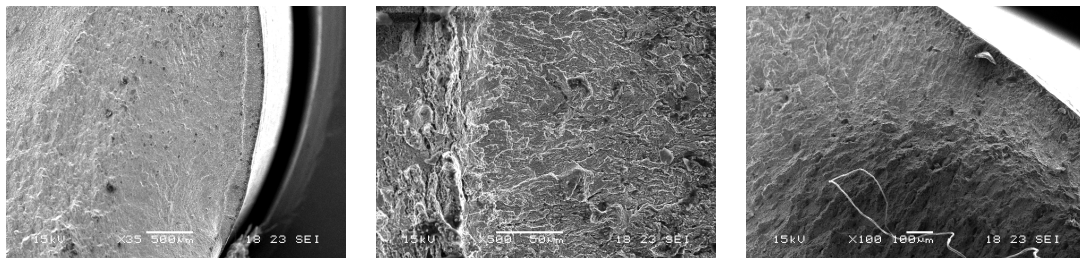


Figura 7.5: fatica anello

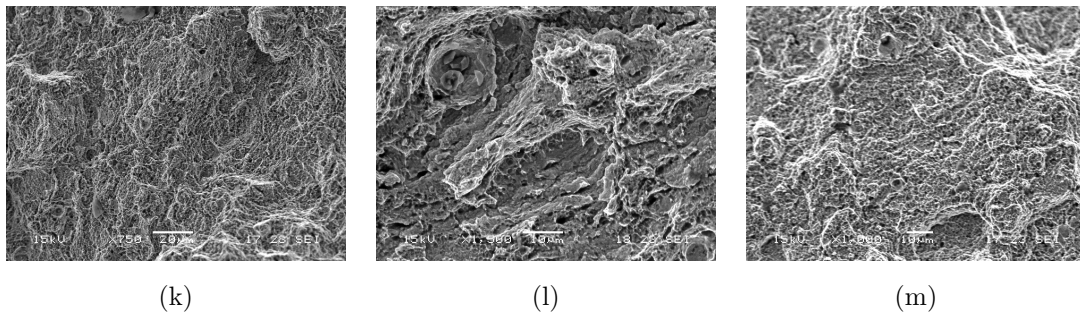


Figura 7.5: cuore a; schianto b, vicino bordo c

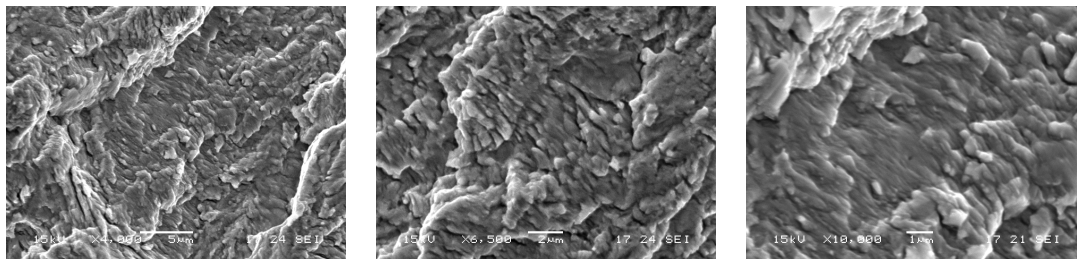
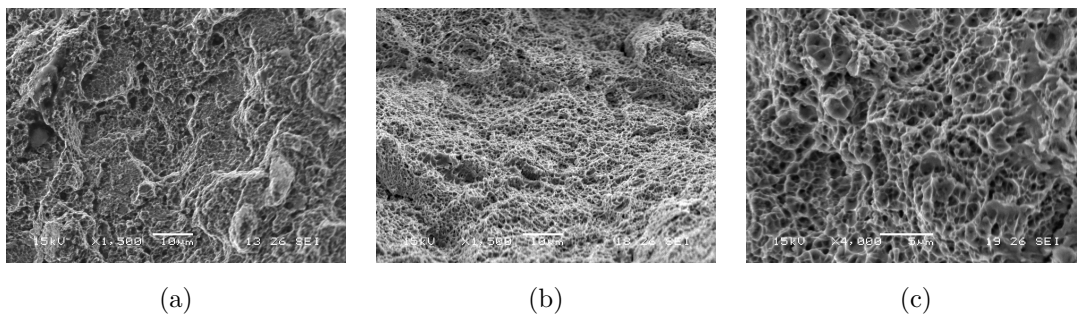
7.2.5 prova a $\sigma_{max} = 650$ e $\sigma_{max} = 227.5$ (R=0.3)Figura 7.6: $S_{max}=650$ R=03

Figura 7.6: fatica



(a)

(b)

(c)

Figura 7.7: bordo a, zona duttile b-c

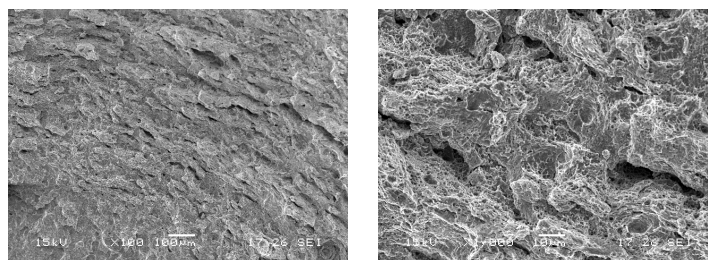


Figura 7.8: fatica - schianto

7.3 prove di fatica in controllo di deformazione

7.3.1 prova a $\sigma_{max} = 600$ e $\sigma_a = 270$ (R=0.1)



Figura 7.9: $sMAX=600$ R=01, controllo di deformazione

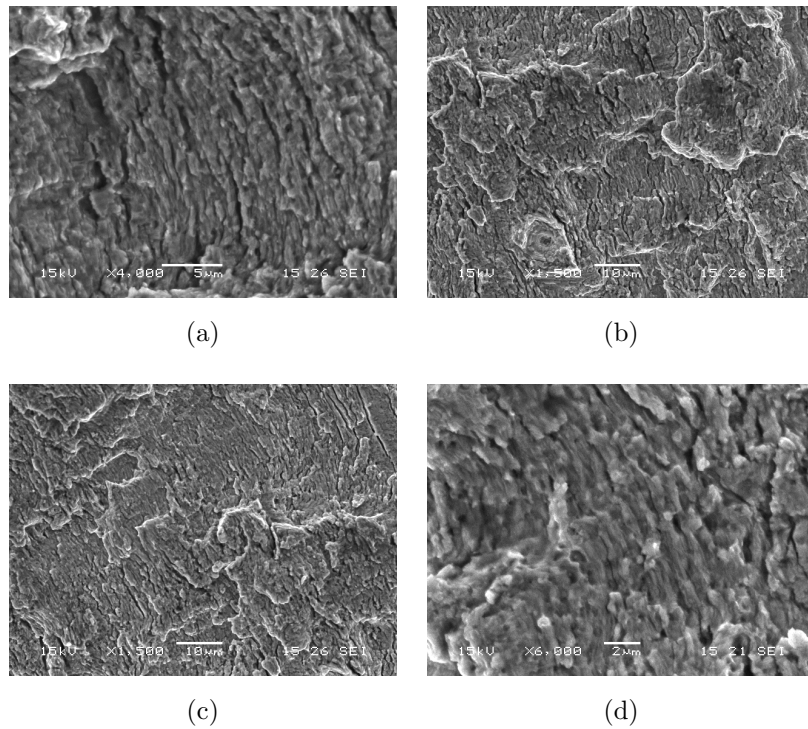


Figura 7.10: zona non battuta a-b-c-d

CONCLUSIONI

Dal punto di vista **costitutivo**:

- dalle prove in controllo di carico (in particolare dalla figura ??) si conclude che a parità di tensione massima, per bassi valori di R l'effetto del ratchetting risulta molto elevato a causa delle grandi tensioni alternate, mentre al crescere di R , la velocità di avanzamento delle deformazioni plastiche ($\frac{\Delta \epsilon_m}{\Delta \text{cicli}}$) diminuisce velocemente. Inoltre si osserva che, sempre a parità di σ_{max} , superato un certo valore di R le deformazioni plastiche tornano a crescere, in particolare nei primi cicli (figura ??), cioè quelli così detti transitori.

Quindi si può ritenere che a parità di tensione massima, la velocità di deformazione ($\frac{\Delta \epsilon_m}{\Delta \text{cicli}}$) presenti un minimo, al di sotto del quale gli effetti del ratchetting (accumulazione di deformazioni plastiche ciclo per ciclo) non possano essere trascurati, mentre al di sopra di tale minimo le deformazioni plastiche anche se rilevanti risultano confinate soprattutto nei primi cicli transitori e cioè fino al raggiungimento shakedown.

- dalle prove in controllo di spostamento (in particolare dalle figura ?? e ??) si osserva che la velocità di rilassamento $\frac{\Delta \sigma_m}{\Delta \text{cicli}}$ si riduce molto rapidamente e tende a stabilizzarsi. Inoltre, si osserva che per alti valori di R , in particolare per $R \geq 0.3$, le velocità di rilassamento delle prove svolte risultano simili tra loro

Dal punto di vista della **vita a fatica**:

- dalle prove in controllo di tensione o deformazione, in particolare di risultati mostrati nelle figure ?? e ??, si conclude che la curva di Goodman da buoni risultati per bassi valori di R e risultati poco attendibili per alti valori di R . Al contrario il modello di Gerber produce buoni risultati per alti valori di R , mentre giunge a previsioni poco coerenti a

bassi valori di R .

Si conclude che la curva di Smith-Watson-Topper (SWT) delimita in modo sufficientemente coerente coi dati sperimentali il confine tra le rotture che avvengono prima di un milione di cicli e quelle che avvengono dopo, tanto a basso quanto ad alto valore di R .

- dalle prove in controllo di tensione per alti valori di R (0.5,0.6,0.7,0.8) a parità $\sigma_{max} = 650$ non si osservano rotture (figura ??) prima di 10×10^6 .

Appendices

DETTAGLI GEOMETRICI PROVINO

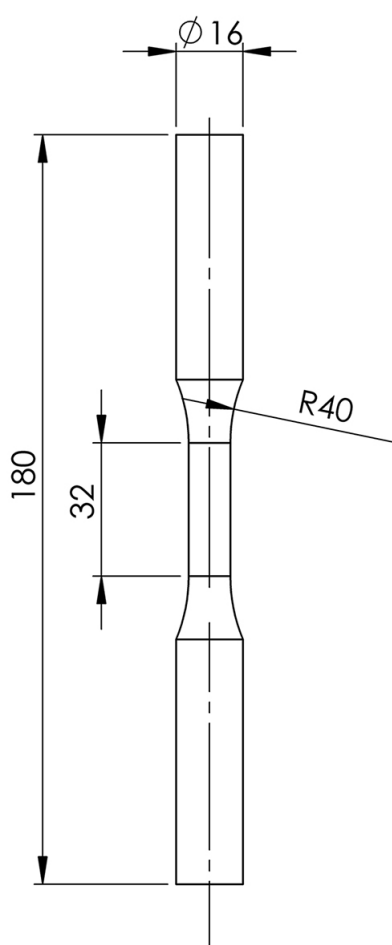
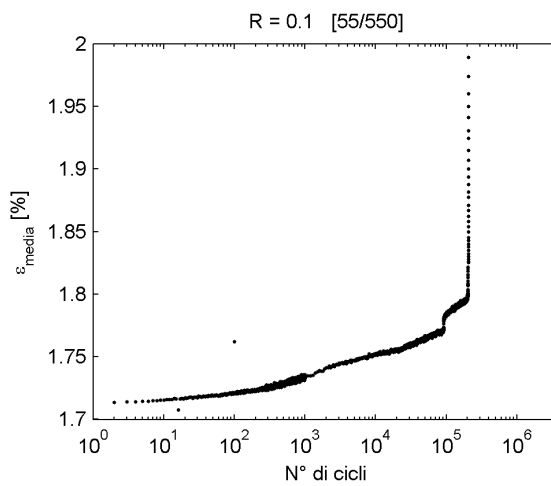
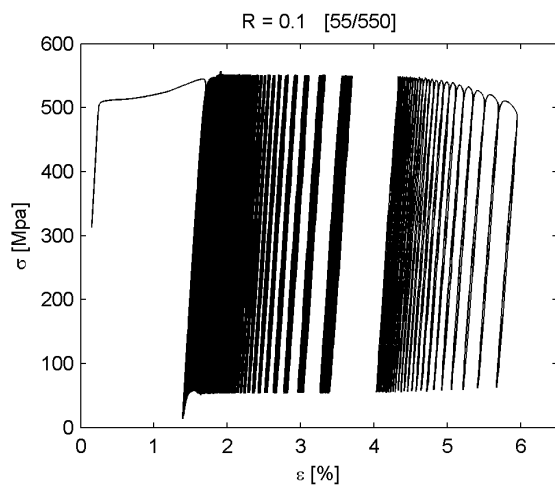
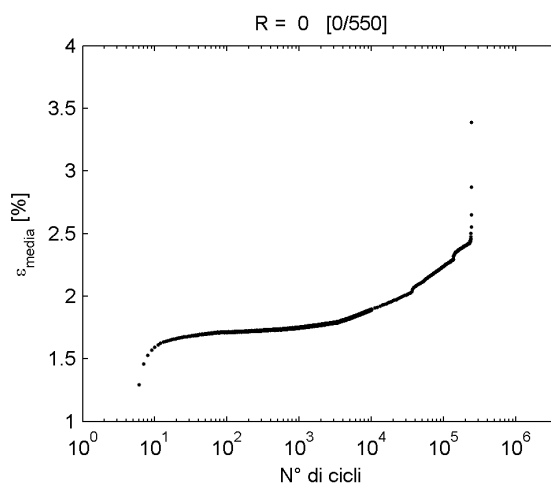
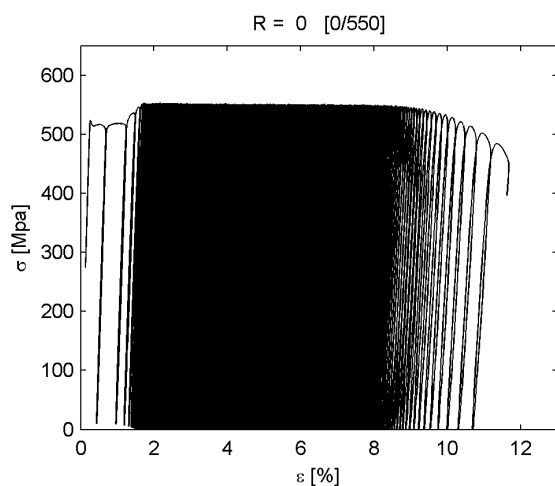


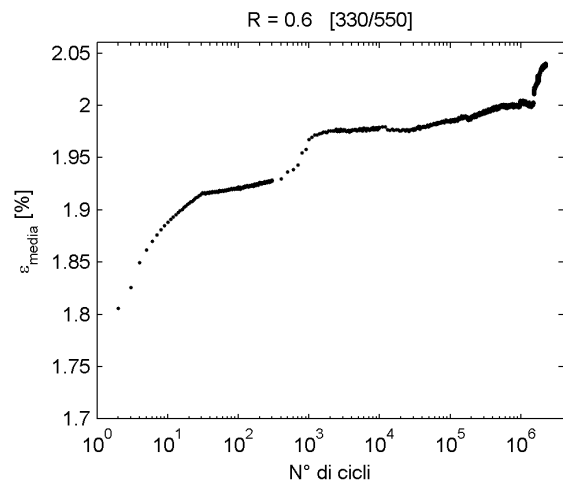
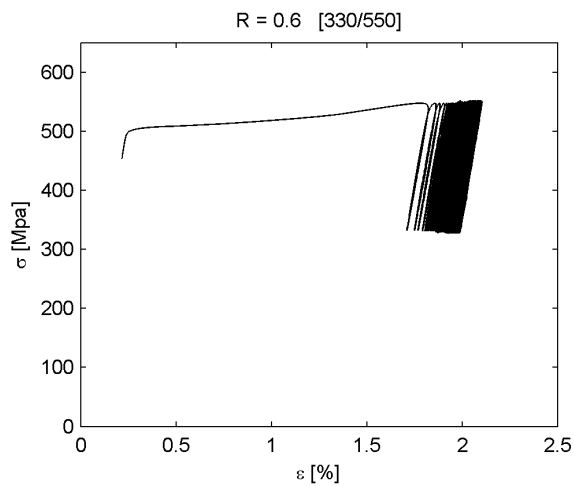
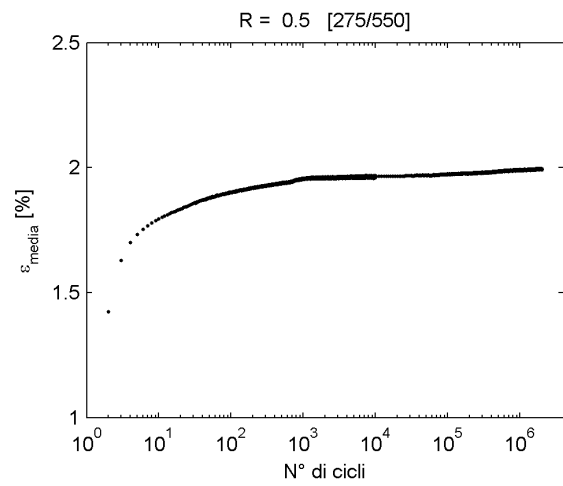
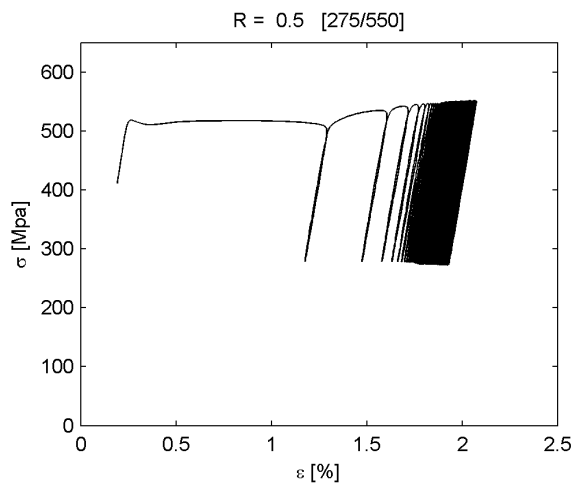
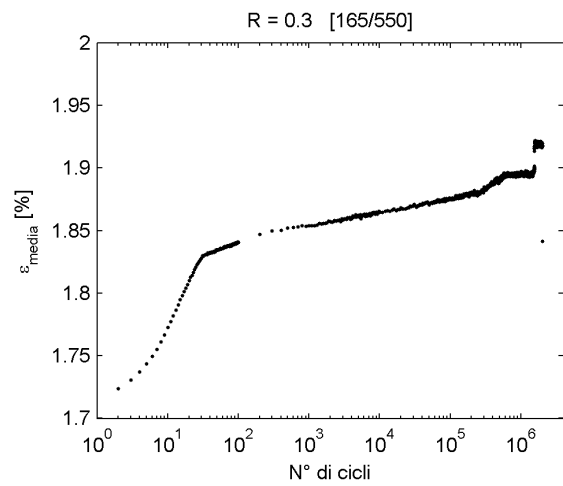
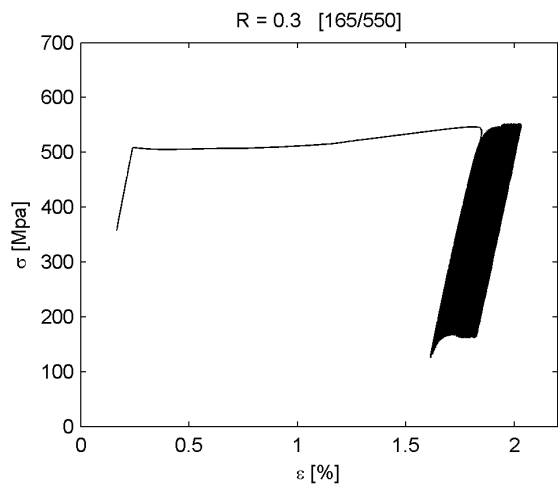
Figura A.1: disascalia

DETTAGLIO DELLE PROVE DI FATICA

B.1 In controllo di tensione

B.1.1 Dettaglio prove a $\sigma_{max} = 550$





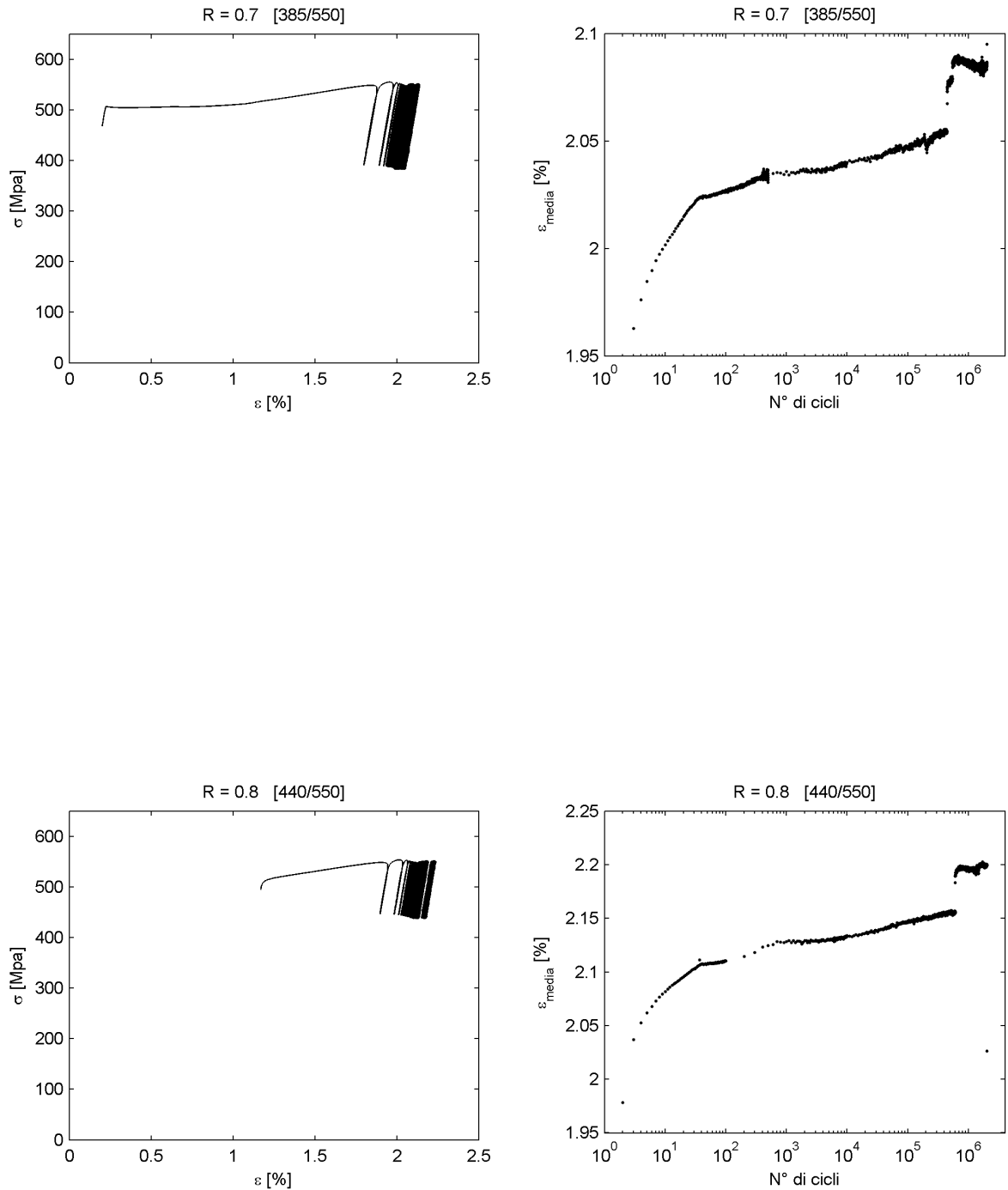
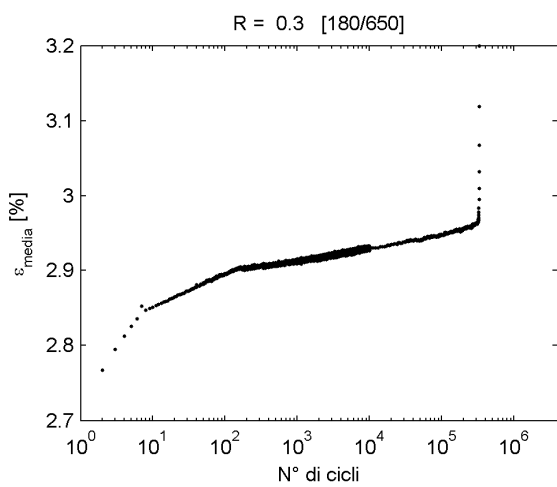
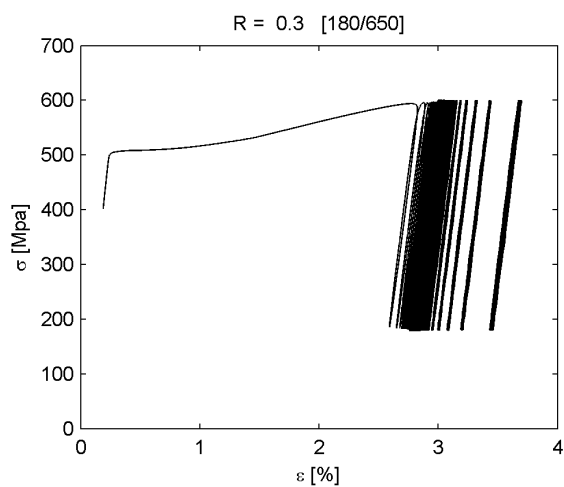
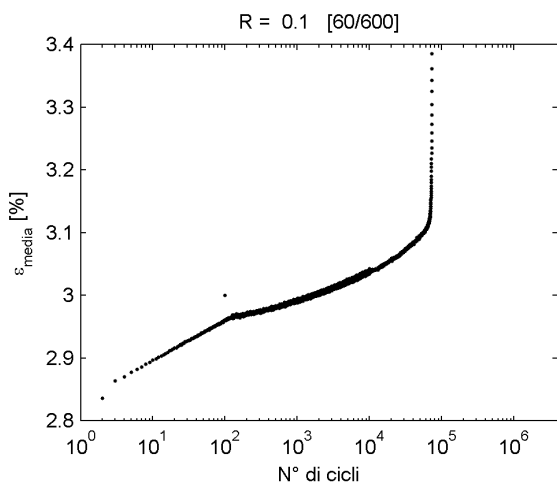
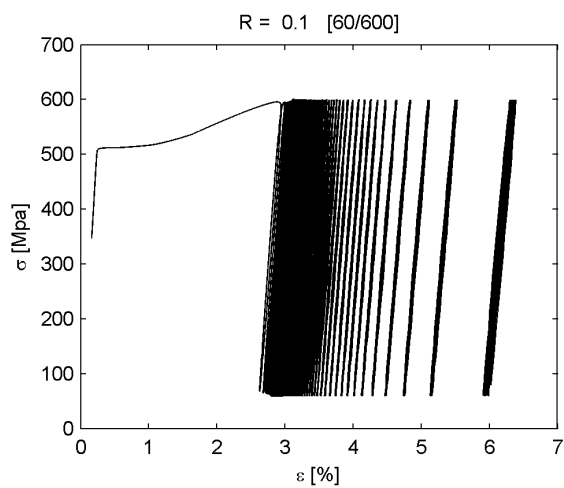
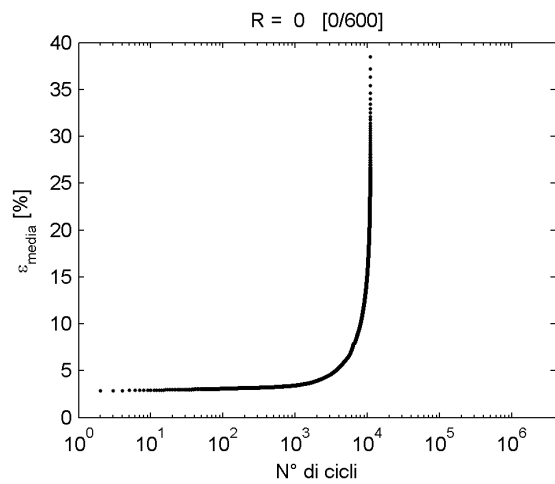
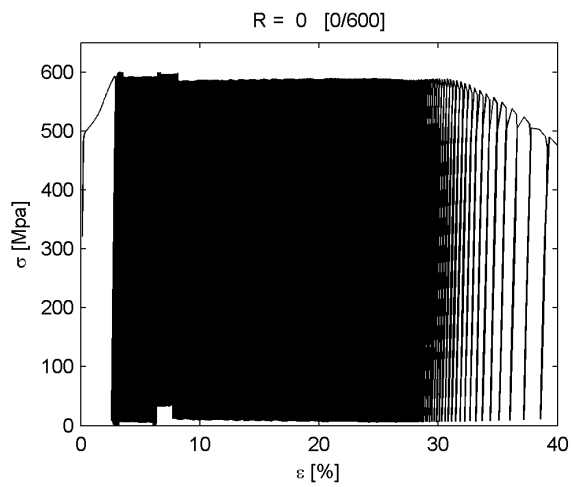
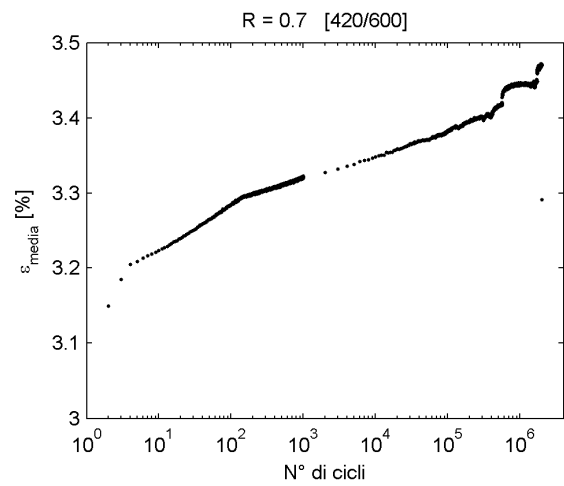
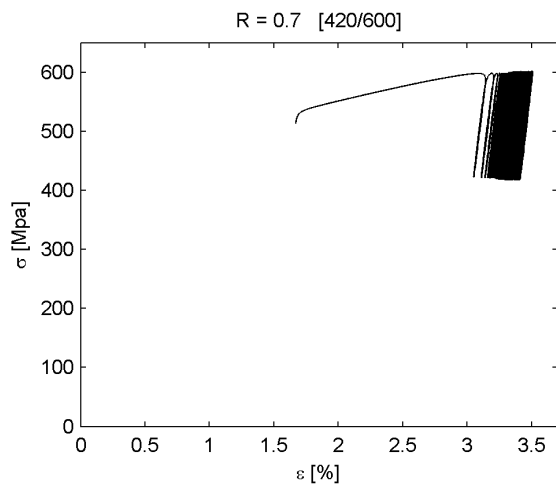
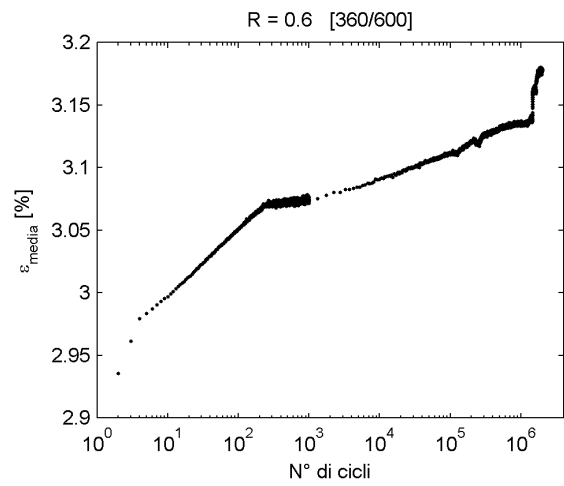
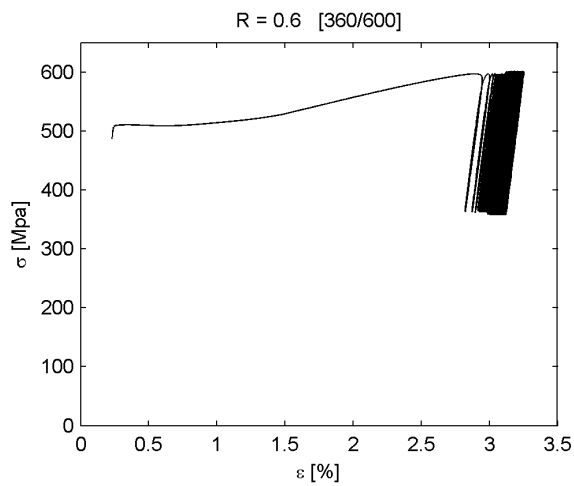
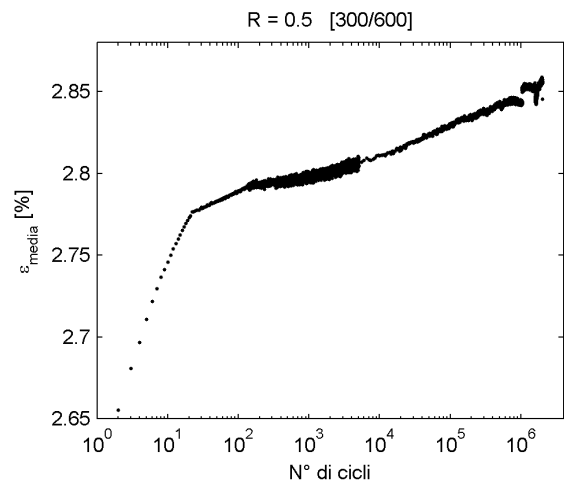
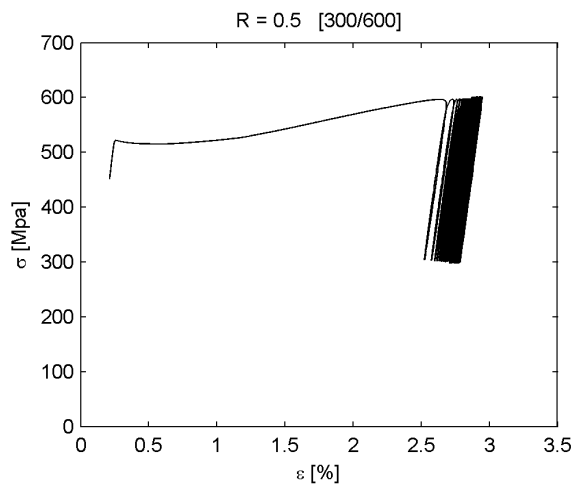


Figura B.1: grafici: $\sigma - \epsilon$ con ($\sigma_{max} = 550$)

B.1.2 Dettaglio prove a $\sigma_{max} = 600$





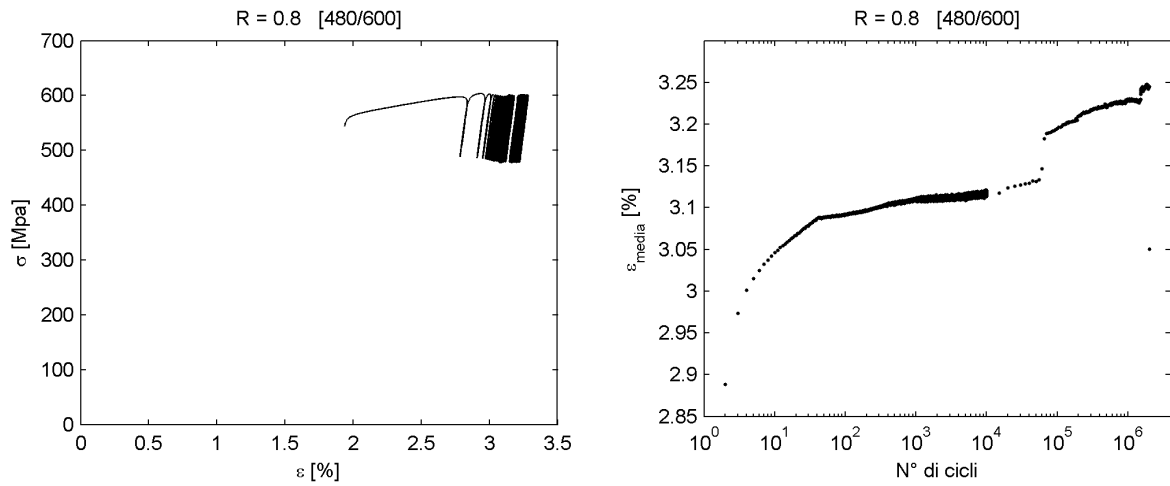
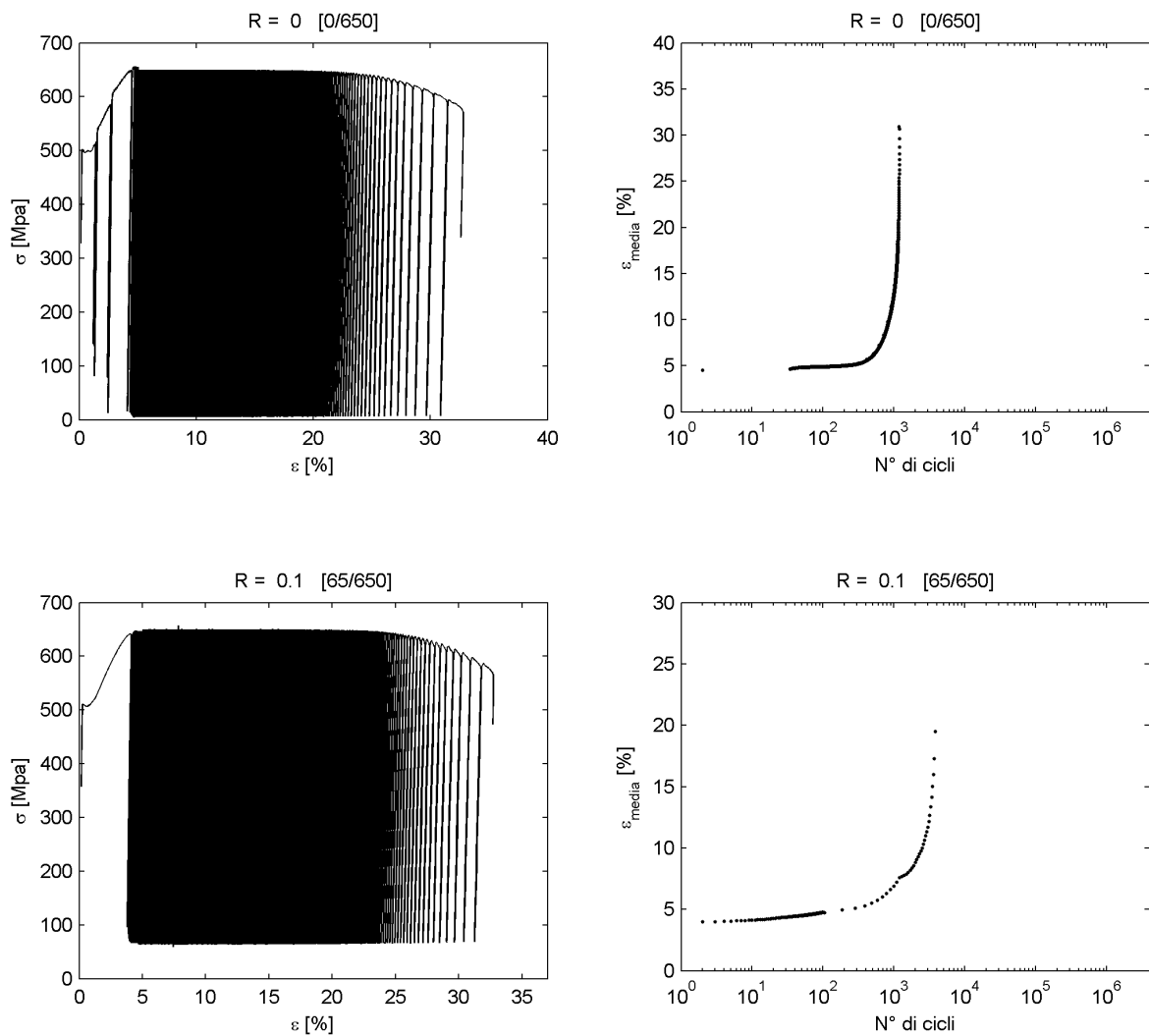
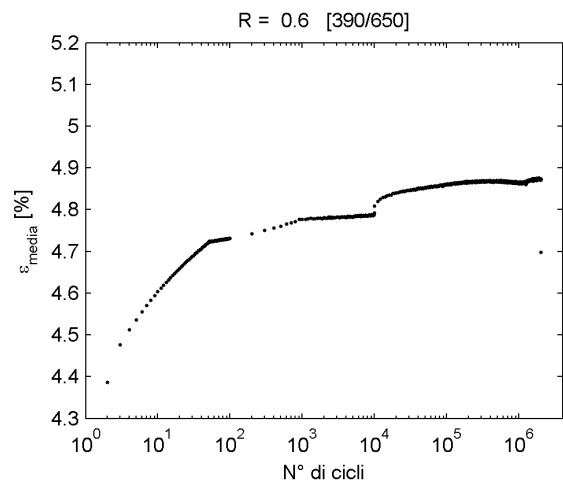
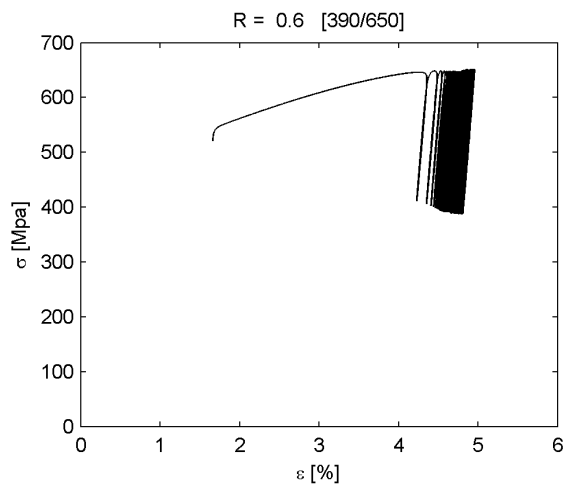
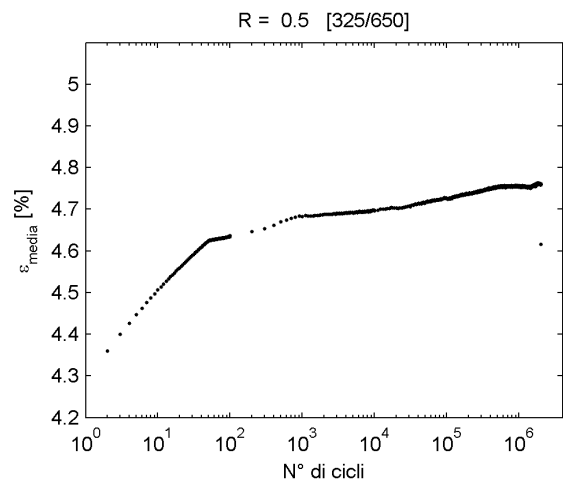
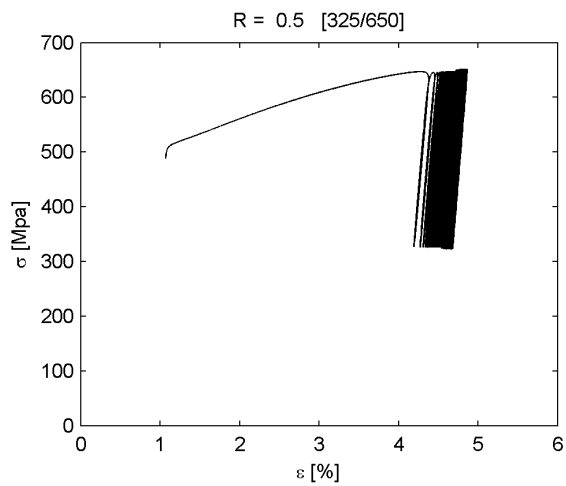
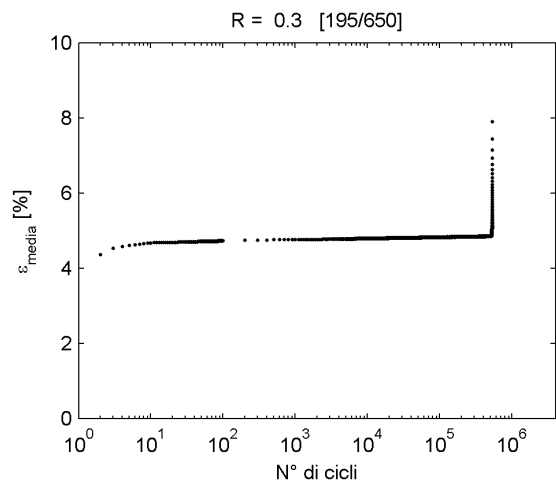
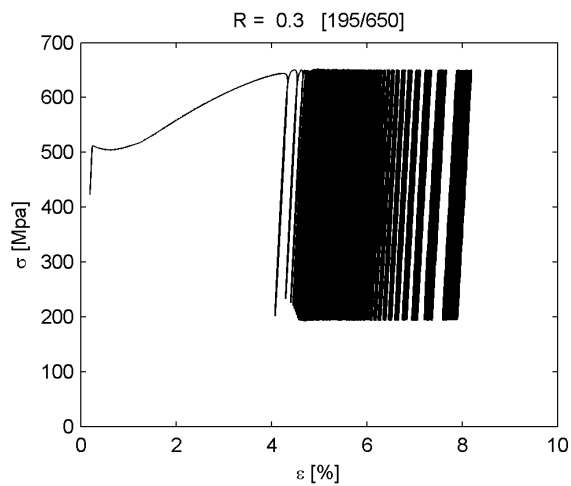


Figura B.2: grafici: $\sigma - \epsilon$ con ($\sigma_{max} = 600$)

B.1.3 Dettaglio prove a $\sigma_{max} = 650$





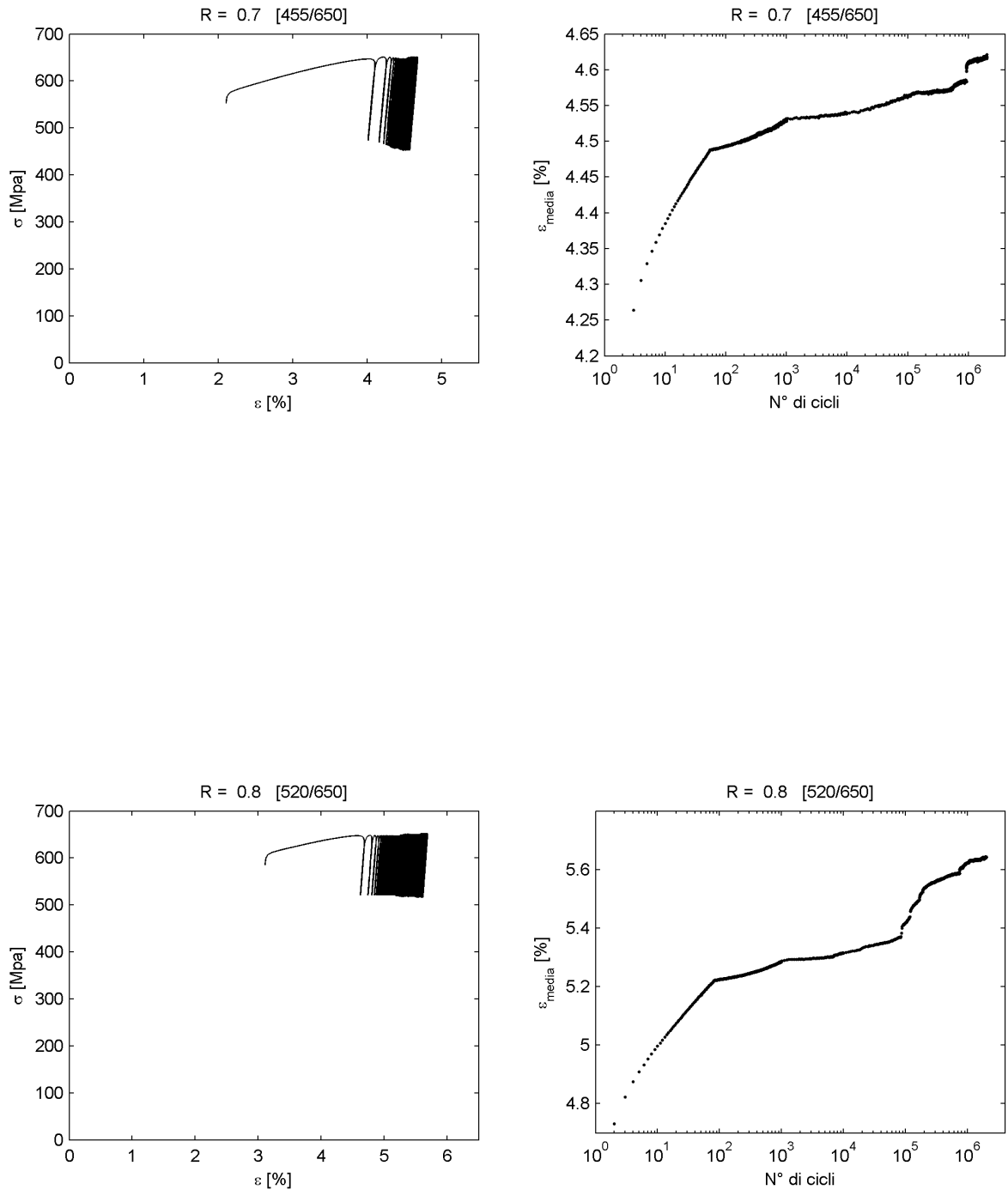
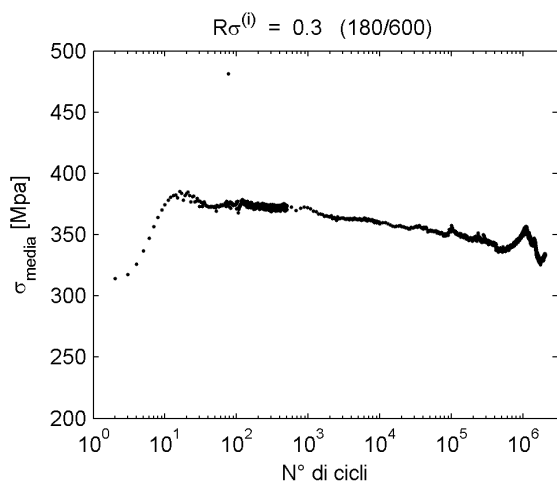
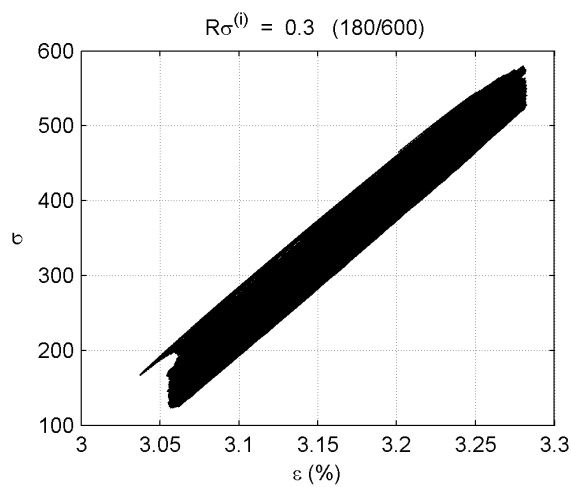
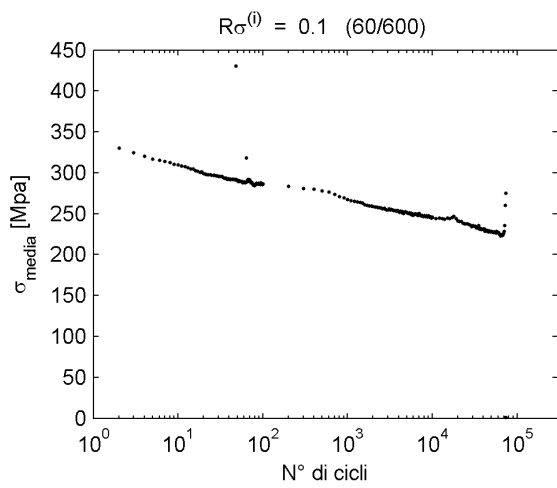
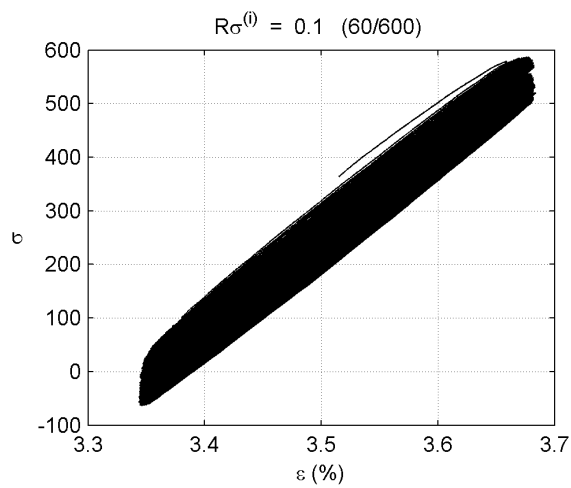
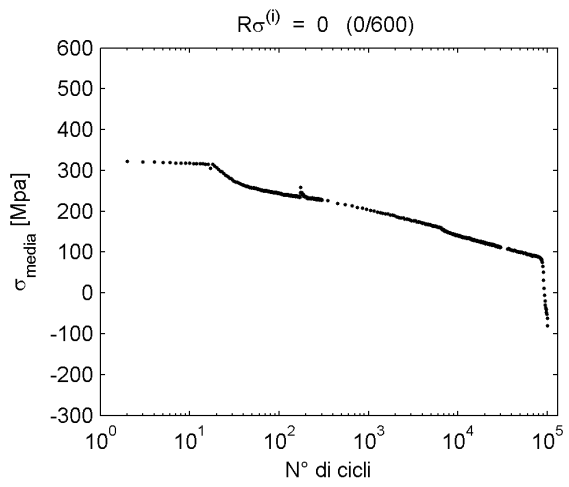
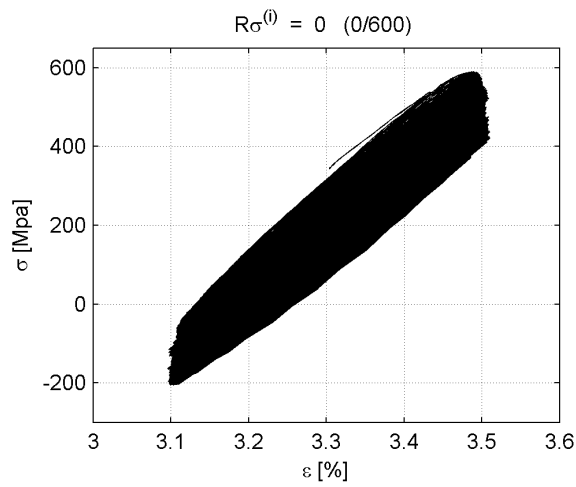
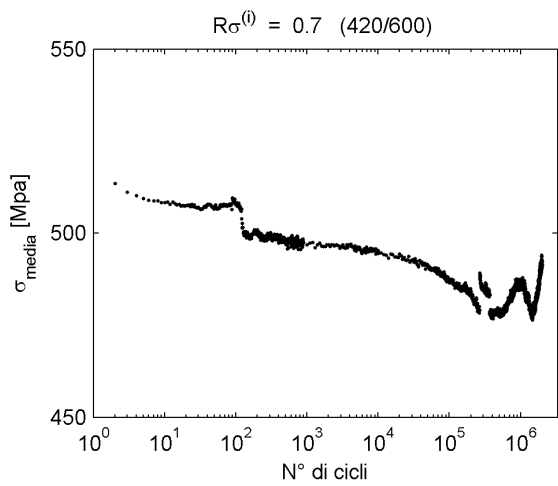
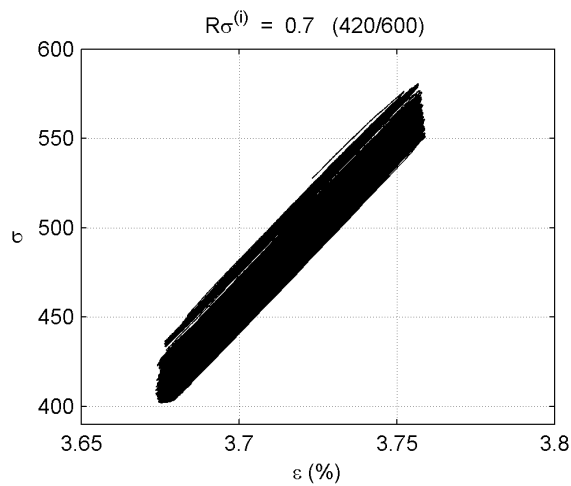
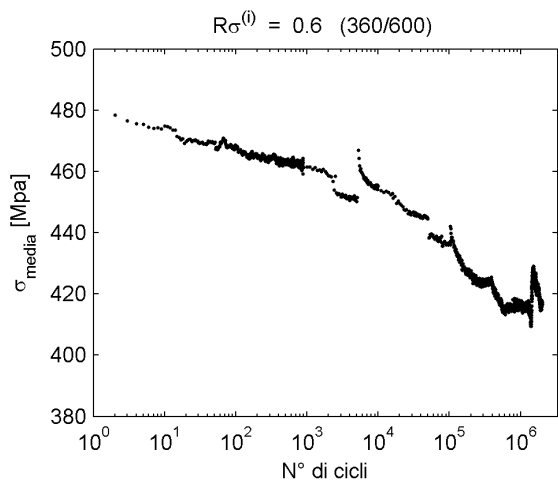
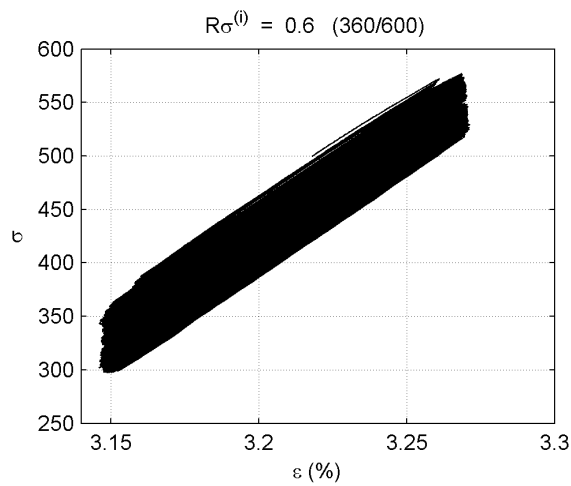
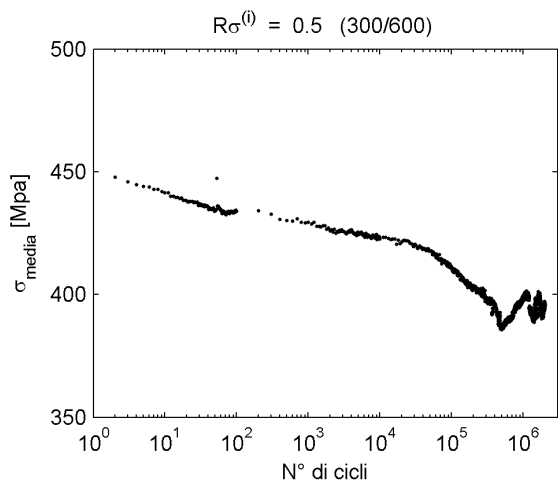
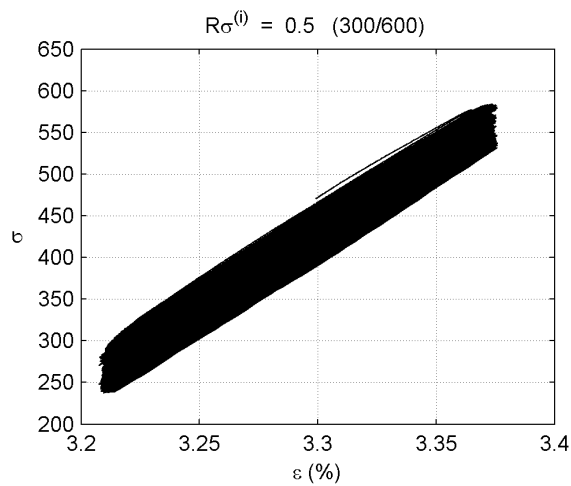


Figura B.3: grafici: $\sigma - \epsilon$ con ($\sigma_{max} = 650$)

B.2 In controllo di deformazione





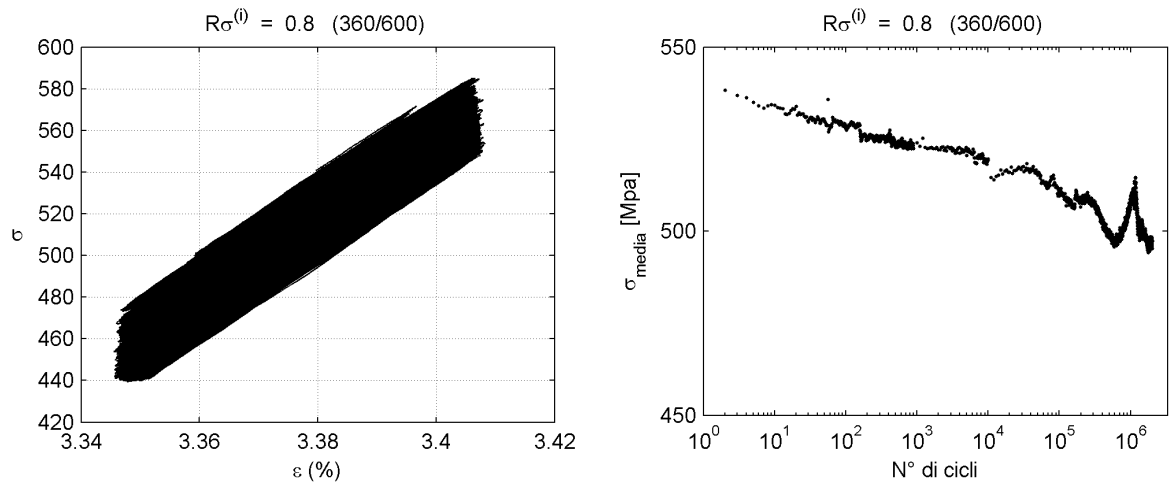


Figura B.4: grafici: $\sigma - \epsilon$ con $(\sigma_{max}^i = 600)$

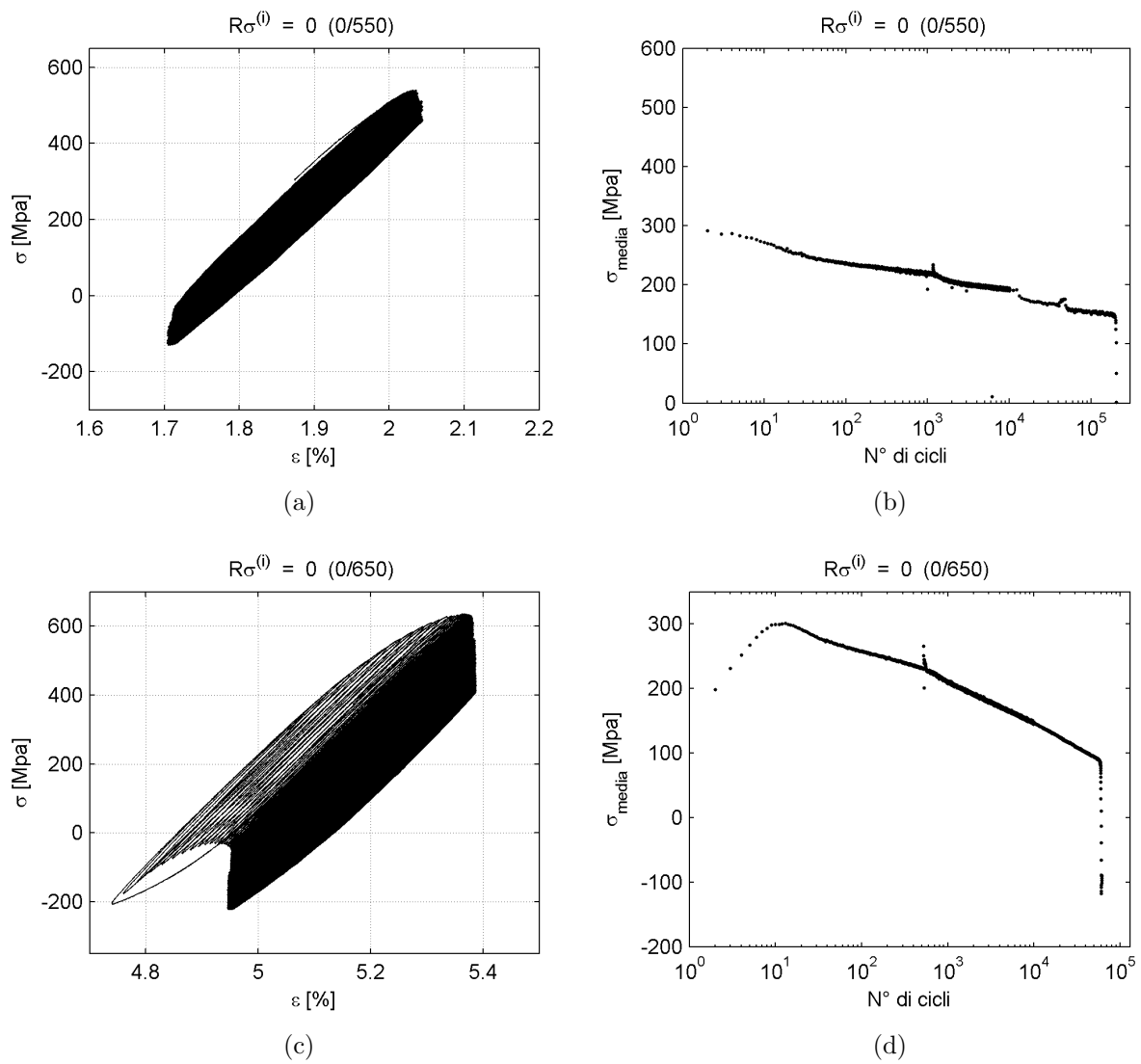


Figura B.5: $\sigma_{max} = 550\&650$

DATI ACQUISITI DALLE PROVE SULLA SHENCK

C..1 acquisizione

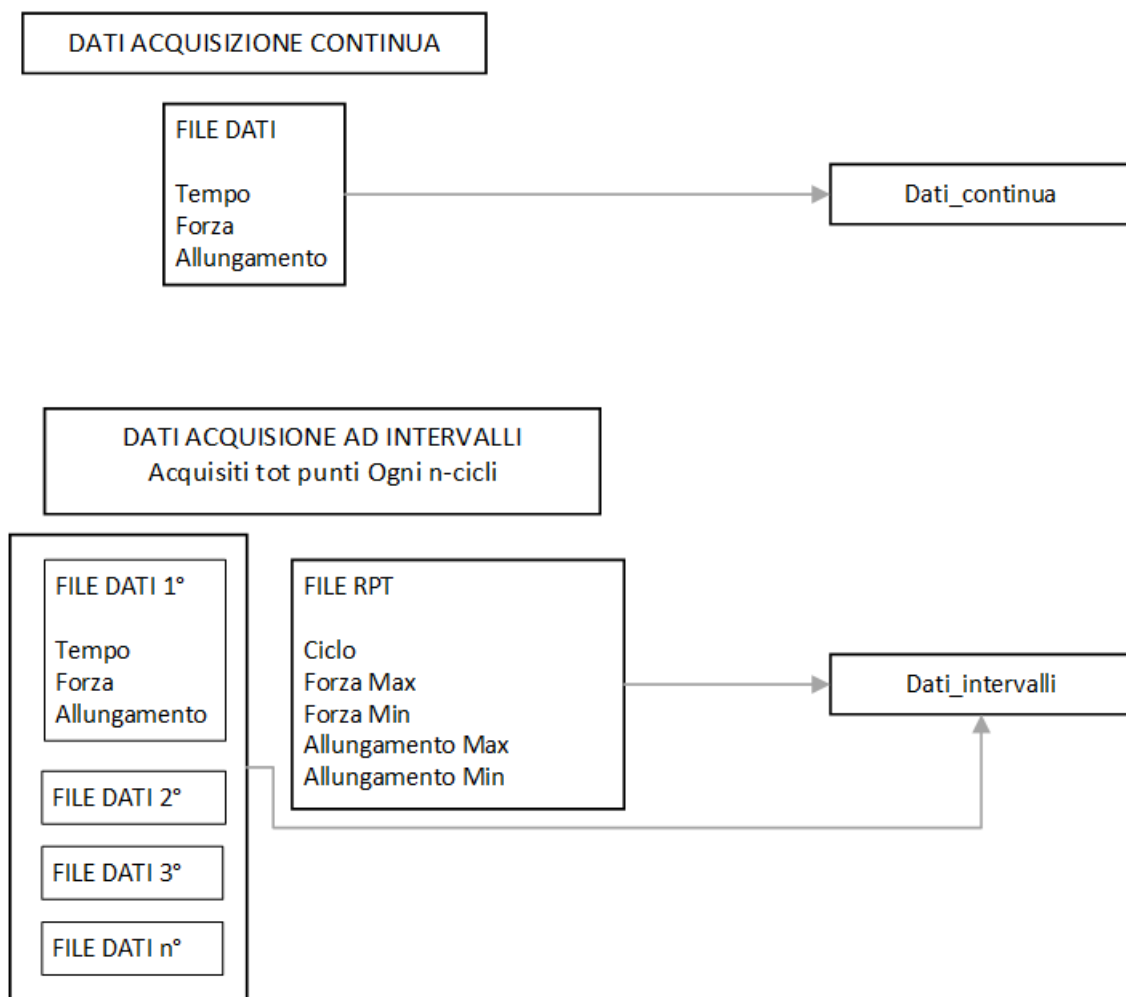


Figura C.1: disasceria

C..2 elaborazione e salvataggio

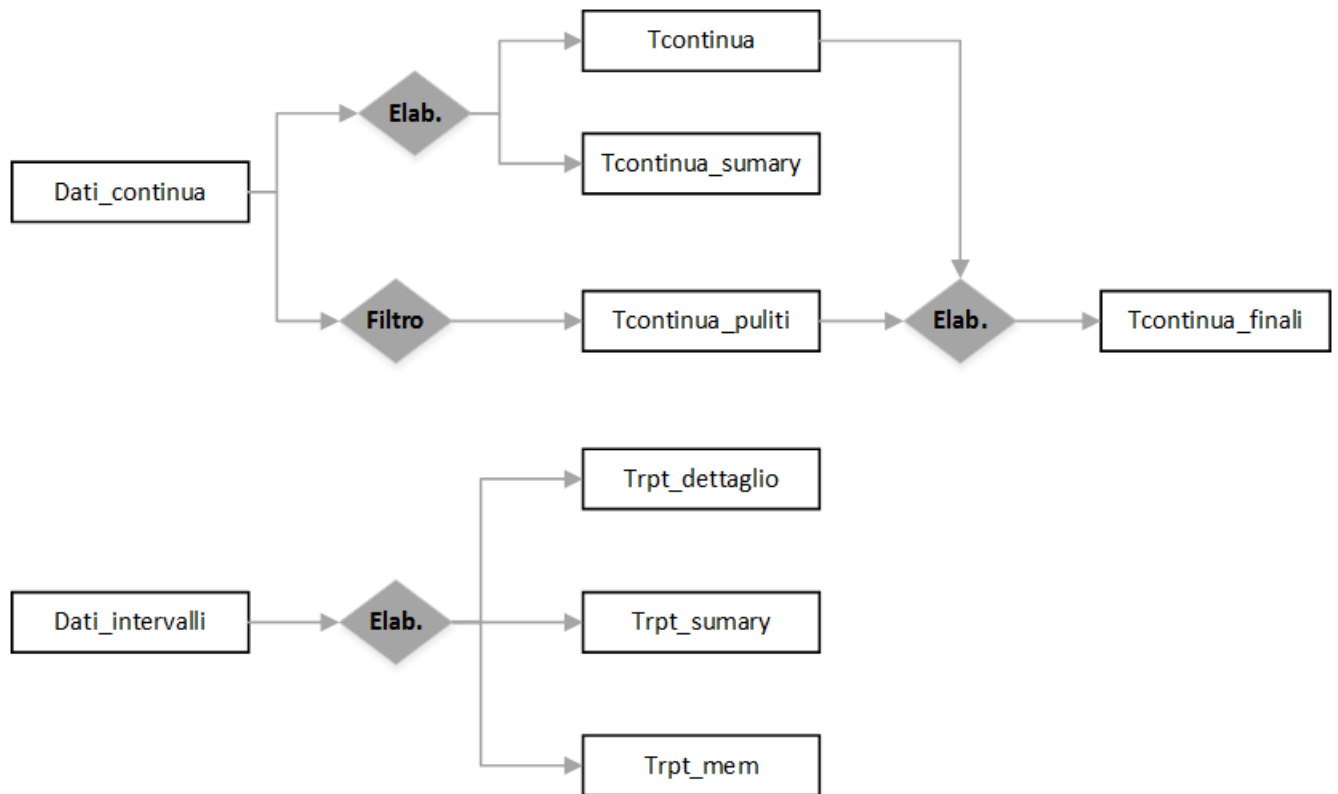


Figura C.2: disascalìa

ACQUISIZIONE CONTINUA:

- Tcontinua
 - maxeps
 - estensmm (estensomentro in mm)
 - minsigma
 - corsamm (corsa in mm)
 - maxsigma
 - forzakn (forza in Kn)
 - medsigma
 - eps (calcolo della epsilon)
 - sigma (calcolo della sigma in Mpa)
- Tcontinua_summary
 - cicli
 - mineps
 - medeps
- TsigmaepsPuliti
 - EpsPulito
 - SigmaPulito
- TsigmaepsFinali
 - EpsFinale
 - SigmaFinale

ACQUISIZIONE A INTERVALLI:

- **Trptdettaglio**

- estensmm (dati estensomentro in mm)
- corsamm (dati corsa in mm)
- forzakn (dati forza in Kn)
- eps (calcolo della epsilon)
- sigma (calcolo della sigma in Mpa)

- **TMEMfile**

- file
- cicli
- indice_i
- indice_f

- **Trptsummary**

- cicli
- maxforza
- minforza
- maxetens
- minetens
- mineps
- medeps
- maxeps
- minsigma
- maxsigma
- medsigma

Bibliografia

- [1] Fernand Ellyin. "Fatigue Damage, Crack Growth and Life Prediction". CHAPMAN & HALL (1997).
- [2] Akhtar S.Khan, Sujuan Huang, 1995. "Continuum Theory of plasticity". JOHN WILEY & SONS, INC.
- [3] Jean Lemaitre and Jean-Luis Chaboche. "Mechanics of solid materials". CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS, (1990).
- [4] W.Hu, C.H. Wang and S.Barter, Analysis of cyclic Mean stress relaxation and strain ratchetting behaviur od aluminium 7050, DSTO
- [5] Norman E.Dowling. "Mean Stress Effects in Stress-Life and Strain-life Fatigue".
- [6] Weicheng Cui, 2002. A state-of-the-art review on fatigue life prediction methods for metal structure. J. of marine science and technology, 7:43-56.
- [7] Chaboche J.L., 1986. Time independent constitutive theories for cyclic plasticity. Int. J. Plasticity. 2, 149-188.
- [8] Radim Halama, Josef Sedlák and Michal Sofer (2012). Phenomenological Modelling of Cyclic Plasticity, Numerical Modelling, Dr. Peep Miidla (Ed.)
- [9] M. Karadag, R.I. Stephens, 2003, The influence of hight R ratio on unnotched fatigue behaviur of 1045 steel with three different heat treatments, Int. J. of Fatigue 25 (2003) 191-200
- [10] Mattia Parise, 2015, Inverse analysis techniques for the identification of Chaboche's hardening model parameters